Material Didático do Curso de Engenharia Mecânica da UniEVANGÉLICA

Disciplina: Cálculo Numérico Computacional
Docentes: Cláudia Gomes de O. dos Santos
Haydeé Lisboa Vieira Machado

Volume 01, 2018

Centro Universitário de Anápolis - UniEVANGÉLICA

Curso: Engenharia Mecânica	Período: 4º
Disciplina: Cálculo Numérico Computacional	
Docentes: Profª Me. Cláudia Gomes de Oliveira dos Santos Profª Me. Haydeé Lisboa V. Machado	Data: 02/AGO /2018
Discentes: Todos os alunos	

GUIA DE ESTUDOS Aplicação da Integral nas mais diversas áreas

EMENTA
Aproximações numéricas. Características do Cálculo. Equações algébricas e transcendentes.

OBJETIVOS
Aprender e compreender métodos numéricos para resolver problemas de cunho científico e tecnológico em Engenharia e outras Ciências, com senso crítico, promovendo assim a busca de descobertas e a formulação de estratégias na resolução de problemas afim de despertar a motivação nos acadêmicos, para cursar Engenharia Mecânica.

CONTRIBUIÇÃO PARA O PERFIL DO EGRESSO
Nesta trabalho o profissional será preparado a compreender e utilizar ferramentas de métodos numéricos e computacionais dentro das engenharias de forma independente e também em equipe, deter amplos conhecimentos e familiaridade).

OBJETIVOS DE APRENDIZAGEM

- Desenvolver o espírito científico e o raciocínio lógico, com aquisição de conhecimentos que auxiliem o aluno na formação de sua cultura geral.
- Identificar os erros que afetam os resultados numéricos fornecidos por máquinas digitais.
- Conhecer as propriedades básicas dos polinômios e determinar as raízes das equações polinomiais Desenvolver atividades teóricas, práticas e experimentais de maneira a consolidar o processo de ensino e de aprendizagem;
- Estimular a participação em projetos de pesquisas e extensão;
- Desenvolver os conteúdos com foco em habilidades e competências desejadas no perfil do egresso;
- Estimular o desenvolvimento das relações humanas e habilidades de comunicação no ambiente de trabalho;
- Destacar a importância dos princípios éticos, morais e respeito à cidadania para obter um crescimento sustentável;
- Desenvolver atividades inter e multidisciplinares no âmbito de todo o curso.

UNIDADE/TEMA DE ESTUDO:

Erros. Raízes de equações não lineares.

Questões a serem estudadas

Obs: Em todos os exercícios encontre o intervalo utilizando teorema de Bolzano e verifique se neste intervalo tem apenas uma única raiz utilizando o teorema da Unicidade.

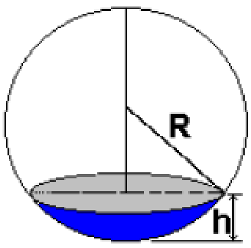
1. Um cabo telefônico suspenso entre dois postes tem um peso de α quilogramas-força por metro linear. A tensão no meio do cabo é obtida pela resolução da seguinte equação:

$$\frac{2\cdot T}{\alpha}\cdot \operatorname{senh}\left(\frac{\alpha\cdot L}{2\cdot T}\right)=S$$

onde, S é o comprimento do cabo; L é a distância entre os postes.
Utilize o **método da Newton** para achar a tensão T a partir das seguintes condições: S = 32 m, L = 30 m, α= 0,10 Kgf, precisão de 10^{-2}

2. Encontrar o ponto de mínimo da função $f(x)=\frac{x^2}{2}+x\cdot(\ln(x)-1)$ Utilizando o **método da NEWTON**, critério de parada, uma diferença entre aproximações consecutivas, menor que 10^{-6}.

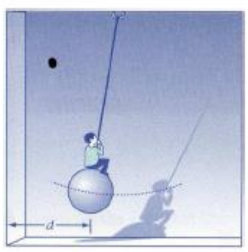
3. O volume v de um líquido num tanque esférico de raio r está relacionado com a profundidade h do líquido da seguinte forma:



$$v=\frac{\pi h^2(3r-h)}{3}.$$

Calcule, utilizando um método de Newton, a profundidade h, num tanque de raio r = 1 para um volume de 0.5. para uma precisão de 10^{-6}

4. A figura representa um pêndulo suspenso num teto duma sala. O pêndulo baloiça-se de acordo com a seguinte expressão



$$d=80+90cos(\frac{\pi}{3}t),\qquad t\geq 0$$

em que d (cm) representa a distância até à parede de referência e depende do número de segundos t desde que o pêndulo foi posto em movimento. Calcule o instante de tempo t para o qual o pêndulo toca na parede da sala. Utilize o método de Newton, use para aproximação inicial t_1 = 4 e considere = 10^{-3} ou no máximo 4 iterações.

5. A velocidade de ascensão de um foguete é determinada pela seguinte expressão:

$$v=u\cdot\ln\left(\frac{m_0}{m_0-q\cdot t}\right)+g\cdot t$$

Determine o tempo no qual a velocidade alcança a 100 m/s, utilize o método a sua escolha. São dadas as seguintes informações: u = 200 m/s, m_0 = 1600 Kg, g = 9,8 m/s^2 , q = 27 Kg/s, precisão 10^{-8}

6. A concentração de bactérias em um lago é dada pela seguinte expressão:

$$c = 70 \cdot e^{-1.5 \cdot t} + 25 \cdot e^{-0.075 t}$$

onde: c_0 é a concentração no instante inicial (t=0). Determine o tempo no qual a concentração c é igual a $0.7 \cdot c_0$. Com uma aproximação 10^{-8}.

7. No escoamento de um fluido em um tubo, a fricção é quantificada através de um fator adimensional *f*. O fator *f*, por sua vez, depende do número de Reynolds (*Re*) que caracteriza o tipo de escoamento. Conforme segue:

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = 4 \cdot \log\left(\text{Re}.\sqrt{f}\right) - 0.4$$

Deseja-se determinar o fator de fricção *f* para *Re = 2*. Utilize o método da Secante, com uma aproximação de 10^{-6}.

8. O deslocamento de uma estrutura é dado pela seguinte equação que caracteriza uma oscilação amortecida.

$$y = 10 \cdot e^{-K \cdot t} \cdot \cos(w \cdot t)$$

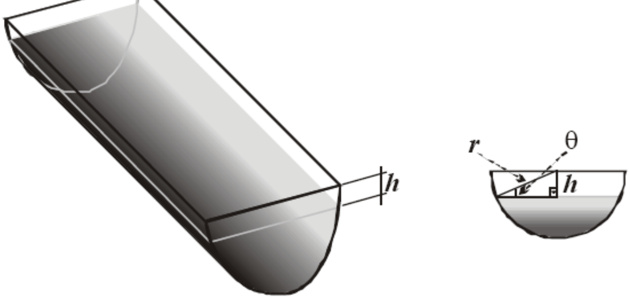
onde: $w = 2$ e $K = 0.5$

Deseja-se obter o tempo no qual o deslocamento é igual a 4. Utilize o método de **Newton**, com uma precisão de 10^{-4}.

9- Um tanque de comprimento *L* tem uma secção transversal no formato de um semicírculo com raio *r* (veja a figura). Quando cheio de água até uma distância *h* do topo, o volume *V* da água é:

$$V = L \cdot \left[0{,}5 \cdot \pi \cdot r^2 - r^2 \,\mathbf{arcsen}\left(\frac{h}{r}\right) - h\sqrt{(r^2 - h^2)} \right]$$

Supondo que: *L* =10 *ft* , *r*=1 *ft* e *V*=12,4 *ft*^{3} , encontre a profundidade da água no tanque com precisão de 0,01.



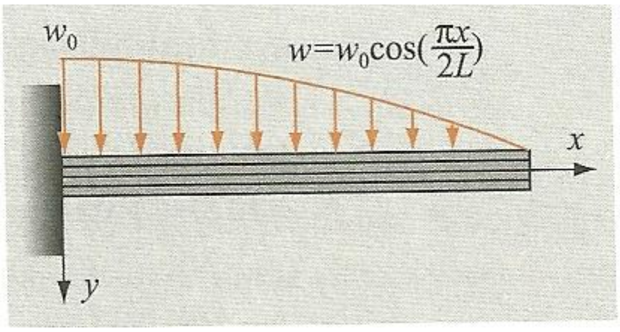
10- As freqüências naturais ω_n de vibração de uma viga em balanço são determinadas a partir das raízes da equação:

$f(\xi) = \cos(\xi)\cosh(\xi) + 1$, e a freqüência ω_n é dada por: $\omega_n = \xi^2 \sqrt{\frac{EI}{\rho A L^4}}$ onde E = 25 GPa é o módulo elástico,

I = 2.10^{-4} m^4 é o momento de inércia, *A* = 0,06 m² é a área da seção reta e ρ = 0,2 m é a densidade por unidade de comprimento, e L = 3m é o comprimento da viga. Determine a freqüência ω_n para o valor de uma das raízes da equação *f*. Utilize o método a sua escolha, com uma precisão 10^{-7}

11. Uma viga em balanço sustenta uma carga distribuída. A deflexão y da linha central da viga em função da posição x é dada pela equação:

$$y = \frac{w_0 L}{3\pi^4 EI}\left[48L^3\cos\left(\frac{\pi}{2L}x\right) - 48L^3 + 3\pi^3 L x^2 - \pi^3 x^3\right]$$

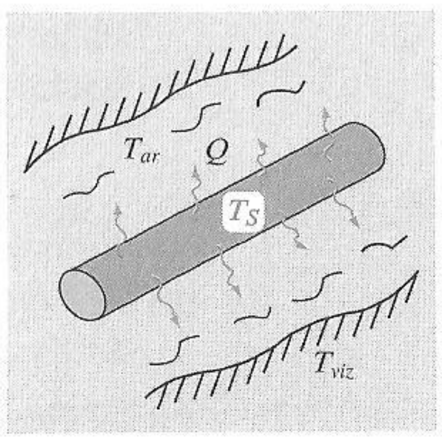


Onde L = 3m é o comprimento, E = 70 GPa é o módulo elástico, $I = 52,9.\ 10^{(-6)}$ m^4 é o momento de inércia e w_0 = 15 kN/m. Determine a posição x onde a deflexão da viga é de 9 mm. Utilize o método de Secante, com precisão de 10^{-4}.

12 - Um cano de comprimento L = 25 m e diâmetro d =10 cm conduzindo vapor perde calor para o ambiente e para as superfícies em sua vizinhança por convenção e radiação. Se o fluxo total de calor por unidade de tempo Q emanando da superfície do cano for medida, então a temperatura superficial T do cano pode ser determinada pela seguinte equação:

$$Q = \pi d L[h(T_S - T_{ar}) + \varepsilon\sigma_{SB}(T_S^4 - T_{viz}^4)]$$

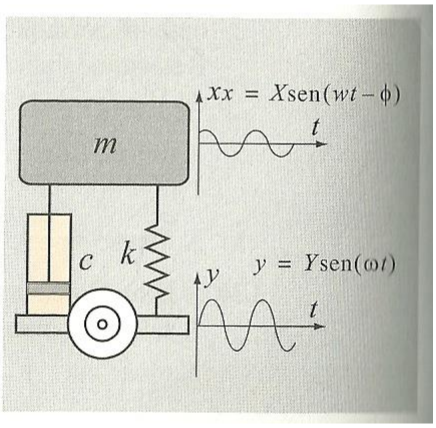
Onde $\varepsilon = 0,8$ é a emissividade da superfície do cano, e $\sigma_{SB} = 5,67.10^{-8} W/m^2/K^4$ é a constante de Stefan-Boltzmann. Se Q= 18405 W, h = 10 W/m²/K e $T_{ar} = T_{viz} = 298K$, determine a temperatura superficial do cano T_S. Utilizando o método da Secante, no intervalo [422;423], com precisão 10^{-5}



13. A localização do centróide de um setor circular é dada por: $L = \frac{2r sen\theta}{3\theta}$

Determine o ângulo θ para o qual L= r/2. Utilize o método de Newton para um chute inicial de θ = 1, com precisão de 10^{-5} indique quantas iterações foram necessária para se encontrar esse valor.

14. Um modelo simplificado para a suspensão de um automóvel consiste em uma massa *m*, uma mola com constante elástica *k* e um amortecedor com constante de amortecimento *c*, conforme mostrado na figura. Uma estrada esburacada pode ser modelada assumindo-se que a roda se mova para cima e para baixo de acordo com a equação $y = Ysen(\omega t)$ .A partir da solução dessa equação, o movimento do carro (massa) para cima e para baixo é dado por $x = Xsen(\omega t - \phi)$ A razão entre a amplitude *X* e a amplitude *Y* é dada por:



$$\frac{X}{Y} = \sqrt{\frac{mc\omega^3}{k(k - m\omega^2) + (\omega c)^2}}$$

Assumindo *m* = 2000 kg, *k*=5.10^5 N/m e *c* =38.10³ N-s/m, determine a freqüência ω na qual *X/Y* = 0,2. Encontre um intervalo que tenha apenas uma raiz utilizando o teorema da Unicidade e resolva utilizando o métoda de Newton. Sugestão (Reescreva a equação para que ela tenha a forma de um polinômio em ω).

15. A resistência elétrica R(T) de um termistor varia com a temperatura de acordo com:

$$R(T) = 100(1 + AT - BT^2)$$

Onde R é dada em Ω, A= 3,90802.10^{-3}, B = 0,580195.10^{-6} ºC e T é a temperatura em graus Celsus. Determine a temperatura correspondente a uma resistência de 200Ω.
Utilize o método da Secante, no intervalo [200; 300] com precisão de 10^{-5}, e quantas iterações foram necessárias para se obter o resultado.

16. A área da superfície de uma placa com característica de um cone é dada por: $S = \pi . r\sqrt{r^2 + h^2}$ onde r é o raio da base e h é a altura. Determine o raio da placa que tenha uma área superficial de 1200 m² e uma altura de 20m. Utilize o método de Newton, com precisão de 10^{-5} , informe quantas iterações foram necessária para se obter o resultado.

17 - A recolha de energia solar através da focagem de um campo plano de espelhos numa central de recolha foi estudada por Vant-Hull (1976). A equação para a concentração geométrica do factor C é dada por:

$$C = \frac{\pi(h/cos(A))^2 F}{0.5\pi D^2(1 + sen(A) - 0.5cos(A))}$$

em que *A* é o ângulo do campo, *F* é a cobertura da fracção do campo com espelhos, *D* é o diâmetro do coletor e *h* é o comprimento do coletor. Considerando *h* = 300, *F* = 0,8 e *D* = 14, calcule o ângulo positivo A inferior a π/25 para o qual a concentração do fator *C* é 1200. Utilize o método Newton. Faça os 4 passos.(Organização, Teorema de Bolzano, Teorema da Unicidade, Resultado)

18 - Uma das equações de estado mais utilizadas na termodinâmica é a equação cúbica de "Van-Der-Walls" que relaciona o volume, pressão e temperatura de um certo gás da seguinte forma:

$$\left(p + \frac{a}{v^2}\right) \cdot (v - b) = R \cdot T$$

Onde: *p* é a pressão, *T* é a temperatura e *v* é o volume molar (*1/mol*).
Considerando-se o gás carbônico (CO_2), determine o seu volume molar para as condições de pressão igual a *10 atm* e temperatura igual a *300 K*, *R* = 0,082054, *a* = 3,592, *b* = 0,04267. Utilize o método de **Newton** com precisão de 10^{-5}

19 - A corrente elétrica em um circuito varia o tempo conforme a seguinte expressão:

$$I = 9 \cdot e^{-t} \cdot \cos(2 \cdot \pi \cdot t + 0.5) \text{ (ângulo em radiano)}$$

Deseja-se determinar o tempo no qual a corrente se iguala à metade do seu valor inicial (Quando *t* = 0). Utilize o método de

Newton com uma aproximação 10^{-7}

20) Em engenharia ambiental, a seguinte equação pode ser usada para calcular o nível de concentração de oxigénio c num rio, em função da distância x, medida a partir do local de descarga de poluentes:

$$c(x) = 10 - 20(e^{-0.2x} - e^{-0.75x}).$$

Calcule, usando um método que recorre ao cálculo de derivadas, a distância para a qual o nível de oxigénio desce para o valor 5. Utilize para aproximação inicial o valor e considere $\varepsilon = 10^{-2}$ ou no máximo 3 iterações. Utilize nos cálculos 4 casas decimais.

21 - A pressão máxima, P, em Kg/mm^2 que um cabo metálico suporta é dada por

$$P(d) = 25d^2 + \ln(d)$$

em que *d* é o diâmetro em mm. Determine o valor do diâmetro necessário para suportar uma pressão de 1.5×10^{-4} Kg/mm^2, com uma precisão de 10^{-3} utilizando o método de Newton.

22 Dadas as seguintes funções:

$$f(x) = x \sin(2x) - 1$$
$$g(x) = 4x^3 - 48x^2 + 191x - 252$$
$$h(x) = e^x - x^3$$

a) Mostre que cada uma delas tem pelo menos um zero no intervalo [3, 5].
b) Qual delas possui uma única raiz no intervalo [3, 5]?
c) Determine um zero de h(x), em [3, 5], a partir da execução de 5 iterações do método da Newton e discuta a precisão do resultado.
d) A equação h(x) = f(x) tem solução no intervalo dado I = [4; 4,5]? Em caso afirmativo, use o método de Newton- para determiná-la com uma precisão igual ou inferior a 10^{-3}.

23 Seja a função $f(x) = sen(x) - x^2 + 4$;
(a) Determinar o intervalo que contém a menor raiz positiva de f(x) (graficamente ou aritmeticamente, utilizando o Teorema de Bolzano);
(b) Partindo desse intervalo, utilizar o método da Secante para determinar o valor dessa raiz após 8 iterações; e
(c) Explicitar o erro relativo associado.

24 A partir do método da secante, determinar pelo menos uma raiz real para a função $f(x) = sen(x) - ln(x)$, considerando um erro relativo inferior a 2.10^{-4}.

25 Para cada uma das equações abaixo, encontre pelo menos uma das raízes para que f(x) = 0, empregando o método da Newton e o método de Secante:

(a) $e^{x/2} - x^2 = y$ (b) $x^2 - 5x + 6 = 0$ (c) $ln\ x - x + 2$

(d) $x^2 - senh\ x$ (e) $x^4 - 14x^2 + 24x - 10$

Obs.: Escolha um exercício e faça-o utilizando todos os métodos de encontrar raízes, apresentados em sala.

Na engenharia estrutural, a *fórmula da secante* define a força por unidade de área *P/A* que causa uma tensão σ_m máxima em uma
coluna de taxa de finura dada *L*/*k*:

$$\frac{P}{A} = \frac{\sigma_m}{1 + (ec/k^2)\sec[0{,}5\sqrt{P/(EA)}(L/k)]}$$

onde ec/k^2 é o raio de excentricidade e E é o módulo de elasticidade. Se para uma viga de aço E = 200.000 MPa, ec/k^2 = 0,4 e σ_m = 250 MPa, calcule P / A para L / k = 50. Lembre-se de que sec x = 1/cos x.

DICAS DE BIBLIOGRAFIA:

CLÁUDIO, D. M. **Fundamentos de matemática computacional**. 2 ed. Porto Alegre: Sagra, 2005
FRANCO, N. B., **Cálculo Numérico**. São Paulo: Ed. Pearson Prentice Hall, 2006.
SPERANDIO, Décio. **Cálculo Numérico: características Matemáticas e computacionais dos métodos numéricos**. São Paulo: Pearson Prentice Hall, 2003

Profª Me Cláudia Gomes de Oliveira dos Santos

Profª Me. Haydeé Lisboa Vieira Machado