

**UNIEVANGÉLICA**

**CURSO DE ENGENHARIA CIVIL**

**LUÍS PEDRO FERREIRA DE ASSUNÇÃO LEANDRO SEIXAS  
MATHEUS DE OLIVEIRA FELÍCIO**

**MODELO DE BIELA E TIRANTES APLICADO AO  
DIMENSIONAMENTO DE VIGAS  
DE CONCRETO ARMADO.**

**ANÁPOLIS / GO**

**2020**

**LUÍS PEDRO FERREIRA DE ASSUNÇÃO LEANDRO SEIXAS  
MATHEUS DE OLIVEIRA FELÍCIO**

**MODELO DE BIELA E TIRANTES APLICADO AO  
DIMENSIONAMENTO DE VIGAS  
DE CONCRETO ARMADO.**

**TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO SUBMETIDO AO  
CURSO DE ENGENHARIA CIVIL DA UNIEVANGÉLICA**

**ORIENTADOR: AGNALDO ANTÔNIO M. T. DA SILVA**

**ANÁPOLIS / GO**

**2020**

# FICHA CATALOGRÁFICA

MATHEUS, DE OLIVEIRA FELÍCIO /SEIXAS, LUÍS PEDRO FERREIRA DE ASSUNÇÃO  
Modelo de biela e tirantes aplicado ao dimensionamento de vigas de concreto armado.  
55P, 297 mm (ENC/UNI, Bacharel, Engenharia Civil, 2020).

TCC - UniEvangélica

Curso de Engenharia Civil.

1. Dimensionamento	2. Vigas
3. Bielas	4. Tirantes
I. ENC/UNI	II. Título (Série)

## REFERÊNCIA BIBLIOGRÁFICA

FELÍCIO, Matheus de Oliveira; SEIXAS, Luís Pedro Ferreira de Assunção Leandro. Modelo de biela e tirantes aplicado ao dimensionamento de vigas de concreto armado. TCC, Curso de Engenharia Civil, UniEvangélica, Anápolis, GO, 55p. 2020.

## CESSÃO DE DIREITOS

NOME DO AUTOR: Luís Pedro Ferreira de Assunção Leandro Seixas  
Matheus de Oliveira Felício

TÍTULO DA DISSERTAÇÃO DE TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO:

Modelo de biela e tirantes aplicado ao dimensionamento de vigas de concreto armado.

GRAU: Bacharel em Engenharia Civil ANO: 2020

É concedida à UniEvangélica a permissão para reproduzir cópias deste TCC e para emprestar ou vender tais cópias somente para propósitos acadêmicos e científicos. O autor reserva outros direitos de publicação e nenhuma parte deste TCC pode ser reproduzida sem a autorização por escrito do autor.

---

Luís Pedro Ferreira de A. L. Seixas  
E-mail: luis.pedro2390@gmail.com

---

Matheus de Oliveira Felício  
E-mail: matheus.o.f@hotmail.com

**LUÍS PEDRO FERREIRA DE ASSUNÇÃO LEANDRO SEIXAS  
MATHEUS DE OLIVEIRA FELÍCIO**

**MODELO DE BIELA E TIRANTES APLICADO AO  
DIMENSIONAMENTO DE VIGAS  
DE CONCRETO ARMADO.**

**TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO SUBMETIDO AO CURSO DE ENGENHARIA  
CIVIL DA UNIEVANGÉLICA COMO PARTE DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A  
OBTENÇÃO DO GRAU DE BACHAREL**

**APROVADO POR:**

---

**AGNALDO ANTÔNIO M. T. DA SILVA, (UniEvangélica)  
(ORIENTADOR)**

---

**RODOLFO RODRIGUES DE SOUSA BORGES, Especialista (UniEvangélica)  
(EXAMINADOR INTERNO)**

---

**LEANDRO DANIEL PORFIRO, Doutor (UniEvangélica)  
(EXAMINADOR INTERNO)**

**DATA: ANÁPOLIS/GO, 18 de Dezembro de 2020.**

## **RESUMO**

O modelo de bielas e tirantes é baseado no modelo de equilíbrio da treliça de Morsh, o método tem origem nos primórdios do século XX e vem sendo bastante adotado em dimensionamentos em elementos estruturais de concreto armado, ele tem como vantagem a sua capacidade de representar de modo aproximado o comportamento do concreto estrutural, partindo dessa premissa a proposta desse trabalho é comparar o método de dimensionamento bielas e tirantes com o método mais convencional no Brasil baseado na ABNT NBR 6118 – Projetos de Estruturas de Concreto, tendo em foco comparar duas vigas em concreto armado, viga biapoiada linear e com variação na seção transversal. A partir dos estudos foi possível a comparação dos dois modelos de dimensionamento, notando a dificuldade de determinar o caminho de cargas percorridos ao longo de uma viga com descontinuidade mas obtendo resultados econômicos em dimensionamentos.

**PALAVRAS-CHAVE:** Concreto armado. Modelo de bielas e tirante. Viga.

## **ABSTRACT**

The strut and tie model is based on the Morsh truss equilibrium model, the method originated in the early 20th century and has been widely adopted in dimensions in specific elements, it has the advantage of its ability to represent the behavior in an approximate way. Of structural concrete, based on this premise, the purpose of this work is to compare the connecting rod and tie design method with the more conventional method in Brazil based on ABNT NBR 6118 - Concrete Structures Projects, focusing on comparing two beams in reinforced concrete, beam linear support and with variation in the cross section. From the studies it was possible to compare the two design models, not having a difficulty in determining the path of loads traveled along a beam with discontinuity but obtaining economic results in design.

**KEYWORDS:** Reinforced concrete. Connecting rod and tie model. Beam.

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Materiais constituintes do concreto. ....	15
Figura 2 - Elemento de concreto sem armadura (a) e com armadura (b). ....	16
Figura 3 – Elementos estruturais: Classificação geométrica. ....	17
Figura 4 – Elementos estruturais: Vigas, lajes e pilares ....	17
Figura 5 – Laje maciça ....	18
Figura 6 – Laje nervurada.....	19
Figura 7 – Laje lisa e cogumelo.....	19
Figura 8 – Armaduras longitudinal, transversal e de pele ....	20
Figura 9 – Vigas biapoiadas, contínuas ou em balanço.....	22
Figura 10 – Pilar central, de canto ou intermediário ....	24
Figura 11 – Exemplo de modelagem através do método de bielas e tirantes.....	34
Figura 12 – Modelo de bielas e tirantes para viga biapoiada ....	37
Figura 13 – Modelo de bielas e tirantes para viga engastada ....	39
Figura 14 – Modelo de bielas e tirantes para viga contínua ....	40
Figura 15 – Detalhe geométrico da biela inclinada ....	40
Figura 16 – Modelo de bielas e tirantes em viga com variação brusca ....	42
Figura 17 – Modelo de bielas e tirantes em viga com variação menos brusca.....	42
Figura 18 – Detalhe das condições de contorno ....	44
Figura 19 – Detalhe do modelo de bielas e tirantes da viga ....	47
Figura 20 – Diagrama de momentos fletores corrigidos ....	49
Figura 21 – Decalagem.....	50
Figura 22 – Detalhamento ....	50

Figura 23 – Modelo de bielas e tirantes para viga com variação de altura.....	53
Figura 24 – Detalhe das forças no contorno da variação de altura.....	53
Figura 25 – Detalhamento .....	54

## SUMÁRIO

<b>1 INTRODUÇÃO .....</b>	<b>11</b>
1.1 JUSTIFICATIVA .....	12
1.2 OBJETIVOS .....	12
1.2.1 Objetivo Geral .....	13
1.2.2 Objetivos Específicos .....	13
1.3 METODOLOGIA.....	13
1.4 ESTRUTURA DO TRABALHO .....	13
<b>2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICAS .....</b>	<b>15</b>
2.1 ESTRUTURAS DE CONCRETO ARMADO.....	15
2.1.1 Laje .....	18
2.1.2 Viga .....	20
2.1.3 Pilar.....	23
2.1.4 Fundação.....	26
2.2 MÉTODOS DE DIMENSIONAMENTO .....	26
2.3 METODO DE BIELA TIRANTES .....	29
2.4 VANTAGENS DO MODELO DE BIELAS E TIRANTES .....	32
2.5 DESVANTAGENS DO MODELO DE BIELAS E TIRANTES .....	32
<b>3 METODOLOGIA.....</b>	<b>34</b>
3.1 FORMULAÇÃO .....	37
3.1.1 Vigas biapoiadas, em balanço e contínuas .....	37
3.1.2 Vigas com variação na seção .....	42
<b>4 ESTUDO DE CASO .....</b>	<b>44</b>

4.1 VIGA EXEMPLO BIAPOIADA PELO METODO DE BIELAS E TIRANTES .....	44
4.1.1 Detalhamento.....	49
4.2 VIGA EXEMPLO BIAPOIADA PELO MÉTODO DA NORMA.....	51
4.3 VIGA EXEMPLO COM VARIAÇÃO DE SEÇÃO PELO MÉTODO DE BIELAS E TIRANTES .....	52
4.3.1 Detalhamento.....	54
4.4 VIGA EXEMPLO COM VARIAÇÃO DE SEÇÃO PELO MÉTODO DA NORMA.....	55
<b>5 ANÁLISE DE RESULTADOS.....</b>	<b>57</b>
<b>6 CONCLUSÃO.....</b>	<b>59</b>
<b>REFERENCIAS .....</b>	<b>61</b>
<b>7 APÊNDICES.....</b>	<b>63</b>
APÊNDICE A – RESULTADO NUMÉRICO DA PESQUISA REALIZADA SOBRE DIMENSIONAMENTO DA ARMADURAS LONGITUDINAIS EM VIGAS.....	63

## 1 INTRODUÇÃO

Concreto armado é o sistema construtivo mais utilizado no ramo da construção civil, e sua característica principal é que cada peça da estrutura é composta por uma armação feita com barras de aço coberta por concreto, sendo que o aço tem como finalidade resistir a tração e o concreto resistir a compressão.

Atualmente com os mais diversos tipos de construção civil, vem se tornando necessário a utilização de novos meios de dimensionamentos de estruturas, de maneira que venha trazer garantia das estruturas, evitando as fissuras e também trazer agilidade e praticidade na execução das peças. O projeto estrutural por sua vez deve seguir de acordo com o arquitetônico, sendo obrigado por maioria das vezes inserir aberturas, descontinuidades geométricas ou estáticas.

Por vezes, nessas regiões é aceitável a aplicação de diferentes tipos de modelo de dimensionamentos, tornando assim necessário o estudo de qual método mais cabível para determinada situação, podendo ser destacados os métodos dos elementos finitos, método das diferenças finitas, método de bielas e tirantes entre outros.

O método dos elementos finitos consiste em um método matemático de interpolação utilizado para a solução dos problemas estruturais com intuito de obter soluções aproximadas, também o método das diferenças finitas que utiliza como metodologia a solução de equações diferenciais a substituição das derivadas por formas de diferenças finitas.

Um dos métodos que se tem discutido atualmente é o método de bielas e tirantes que é baseado no equilíbrio da treliça de Mörsch (1909) que possui sua formulação definida através do teorema do limite inferior da teoria da plasticidade.

Segundo Aguiar (2018) o método de bielas e tirantes teve origem nos primórdios do século XX, com a concepção de RITTER (1899) e MÖRSCH (1909) da analogia da treliça aplicada ao projeto de vigas de concreto armado à flexão simples. Na analogia da treliça supõe-se que a força aplicada na viga percorre um caminho similar ao de uma treliça até chegar aos apoios. A treliça clássica apesar dos refinamentos propostos por diversos pesquisadores ao

longo dos anos, após mais de um século ainda se mantém como a base para o dimensionamento de vigas de concreto armado.

Os modelos de bielas e tirantes são procedimentos de análise apropriados para projetar elementos de concreto armado em casos de regiões onde há alterações geométricas ou concentrações de tensões, denominadas regiões "D", o modelo apresenta como uma de suas vantagens a generalidade, ou seja, é capaz de representar, de modo aproximado, porém realista e sistemático, grande parte dos elementos de concreto estrutural da atualidade.

## 1.1 JUSTIFICATIVA

A viga é um dos elementos estruturais mais comuns na construção, atuando como sustentação e transferindo o peso das lajes e dos demais elementos para os pilares. O procedimento empregado para projetar vigas de concreto armado utiliza o dimensionamento relativo ao momento fletor e força cortante (GIONGO e SANTOS, 2008)

O dimensionamento de vigas de concreto armado através do método de bielas e tirantes é muito eficiente. Este método tem como vantagem uma melhor visualização do comportamento da estrutura, podendo-se verificar de modo mais claro a distribuição das tensões, e a facilidade na identificação das regiões mais solicitadas da estrutura, além de permitir que o projetista o utilize em toda a estrutura, tanto nas regiões sem descontinuidades, quanto nas regiões com descontinuidades (GIONGO e SANTOS, 2008).

Pensando nisso, o estudo do dimensionamento de vigas através do método de bielas e tirantes é de suma importância para garantir a segurança e funcionalidade das estruturas, além disso, a análise da segurança da viga adotando o modelo de bielas e tirantes permite as verificações relativas aos banzos tracionado e comprimido, às diagonais comprimidas, aos pendurais e às regiões nodais.

## 1.2 OBJETIVOS

O modelo de bielas e tirantes analisa a viga de uma forma sistêmica e como um todo, se tornando muito vantajosa para o cálculo da estrutura. A seguir serão apresentados o objetivo geral e objetivos específicos a serem alcançados ao longo do estudo.

### **1.2.1 Objetivo Geral**

Demonstrar o dimensionamento de vigas através do método de bielas e tirantes em estruturas não convencionais como por exemplo marquises, vigas de tamanho diferentes.

### **1.2.2 Objetivos Específicos**

- Apresentar os principais conceitos sobre concreto armado e seus elementos estruturais.
- Descrever quais os principais métodos de dimensionamento de estruturas.
- Realizar o dimensionamento de uma viga através do método de biela e tirantes.
- Realizar o dimensionamento de uma estrutura utilizando o método convencional.
- Fazer o comparativo entre os modelos estudados

## **1.3 METODOLOGIA**

Para a realização do Trabalho de Conclusão de Curso foi feito o levantamento material teórico necessário através de pesquisa bibliográfica e internet, para oferecer suporte à análise dos dados e resultados durante a elaboração da pesquisa. Essa pesquisa pode ser considerada um procedimento formal com método de pensamento reflexivo que requer um tratamento científico e se constitui no caminho para se conhecer a realidade ou para descobrir verdades parciais (MARCONI E LAKATOS, 2009).

Posteriormente foi realizado um estudo de caso, onde será feito o dimensionamento de um modelo de viga pelo método de bielas e tirantes evidenciando o passo a passo do dimensionamento e sua viabilidade para a estrutura.

## **1.4 ESTRUTURA DO TRABALHO**

Conforme mencionado, o TCC em questão propõe realizar um estudo sobre o dimensionamento de vigas através do método de bielas e tirantes, para facilitar a abordagem e compreensão do tema o leitor pode verificar o trabalho em 05 capítulos, que foram divididos da seguinte forma:

- Capítulo 1 – Introdução: Constituído da apresentação do estudo, apresenta a justificativa da escolha do tema, objetivos e a metodologia aplicada para a execução do trabalho.
- Capítulo 2 – Revisão Bibliográfica: Aborda o levantamento material teórico necessário através de pesquisa bibliográfica e internet, para oferecer suporte à análise dos dados e resultados durante a elaboração da pesquisa.
- Capítulo 3 –Dimensionamento: Apresentará o dimensionamento detalhado de uma viga através do método de biela e tirantes e pelo método convencional.
- Capítulo 4 – Apresentação e análise dos resultados: Apresentará a análise e resultados finais do estudo, assim como o resultado do comparativo entre os estudos e apresentar sugestões para pesquisas futuras.
- Capítulo 5 – Conclusão: Por fim, será apresentada a conclusão final do estudo, verificando a relevância do estudo para a Engenharia Civil.

Para compreender os objetivos e resultados do estudo proposto primeiramente é necessário conhecer os conceitos e características do tema. A seguir serão apresentados os principais conceitos sobre o tema levantados através de pesquisa bibliográfica e internet, para oferecer suporte à análise dos dados e resultados durante a elaboração da pesquisa.

## 2.1 ESTRUTURAS DE CONCRETO ARMADO

De forma simplificada o concreto é originado da mistura de cimento, água, areia (agregado miúdo), pedra ou brita (agregado graúdo) e possui como principais características, alta resistência à compressão, baixa resistência à tração, baixo custo, durabilidade, boa resistência ao fogo e à água (BASTOS, 2006).

A figura 01 ilustra os materiais constituintes do concreto citados acima.

**Figura 1 - Materiais constituintes do concreto.**

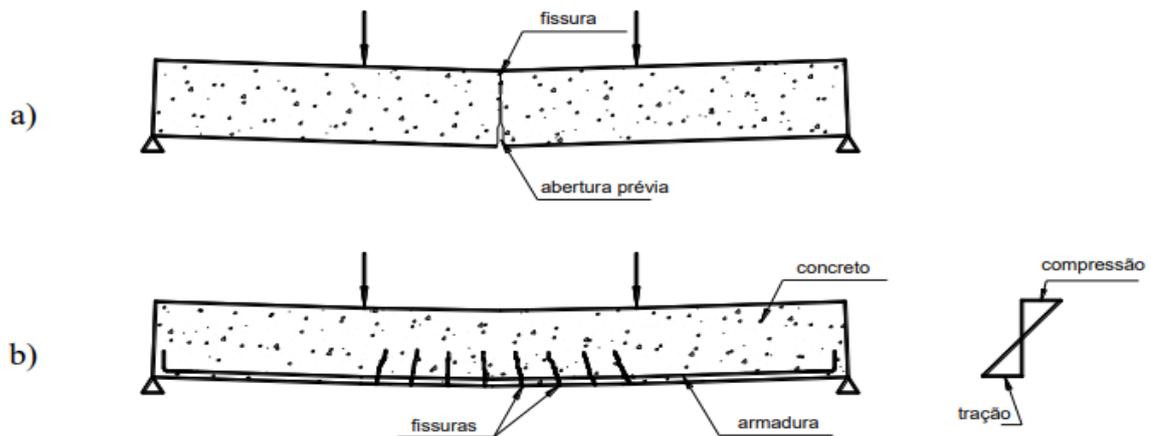


Fonte: BASTOS, 2019

Enquanto isso o concreto armado alia as qualidades do concreto com as qualidades do aço, alta resistência à tração e à compressão e ductilidade, permitindo construir estruturas para os variados tipos de obra, com diversas formas e volumes, segurança e relativa rapidez e facilidade (BASTOS, 2006).

Para tornar o uso do concreto ideal para estruturas que apresentam tração, uma vez que o mesmo possui baixa resistência a esse esforço, são introduzidas barras de aço em posições convenientes para resistir à tração aplicada no elemento. A figura 02 ilustra um elemento de concreto com e sem armadura.

Figura 2 - Elemento de concreto sem armadura (a) e com armadura (b).



Fonte: BASTOS, 2019

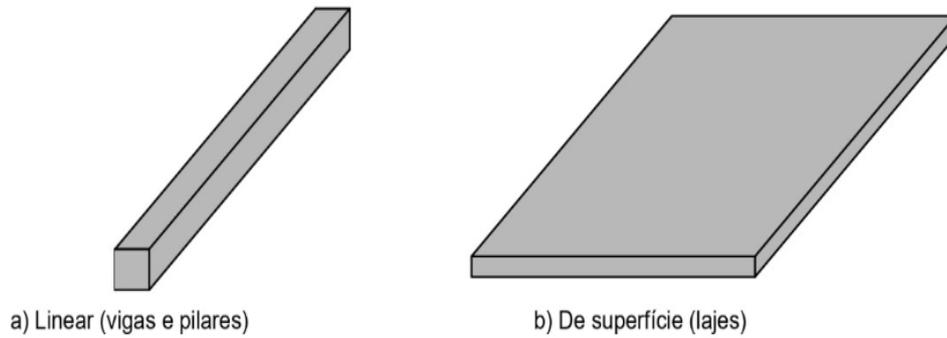
Desta forma, ao fissurar (abrir uma pequena espessura no concreto), os esforços de tração passam a ser absorvidos pela armadura e ao concreto são atribuídas tensões de compressão, aumentando a resistência do elemento e viabilizando sua utilização. Como qualquer outro componente da construção civil, o concreto armado apresenta vantagens e desvantagens conforme apresentando por Porto e Fernandes (2015, p. 18):

Entre as vantagens do concreto armado, estão: economia, facilidade de execução e adaptação a qualquer tipo de forma (o que proporciona liberdade arquitetônica), excelente solução para se obter uma estrutura monolítica e hiperestática (maiores reservas de segurança), resistência a efeitos atmosféricos, térmicos e ainda a desgastes mecânicos, manutenção e conservação praticamente nulas e grande durabilidade. Como desvantagens tem-se: peso próprio elevado (da ordem de 2,5 t/m<sup>3</sup>), baixo grau de proteção térmica e isolamento acústico e fissuração da região tracionada [...]

Nas construções de concreto armado existem uma série de elementos estruturais que tem como objetivo dar sustentação, apoio ou transferir cargas da estrutura para outros elementos, tais elementos podem ser definidos de acordo com seu objetivo ou função estrutural e dividem-se em elementos lineares e de superfície, sendo eles: lajes, vigas, pilares e fundações (Figura 3).

Nesse contexto, segundo a NBR 6118 (ABNT, 2014 p. 83-84) os elementos lineares “são aqueles que o comprimento longitudinal supera em pelo menos três vezes a maior dimensão da seção transversal, sendo também denominados barras.” e os elementos de superfície são aqueles “em que uma dimensão, usualmente chamada de espessura, é relativamente pequena em face das demais [...]” (Figura 4).

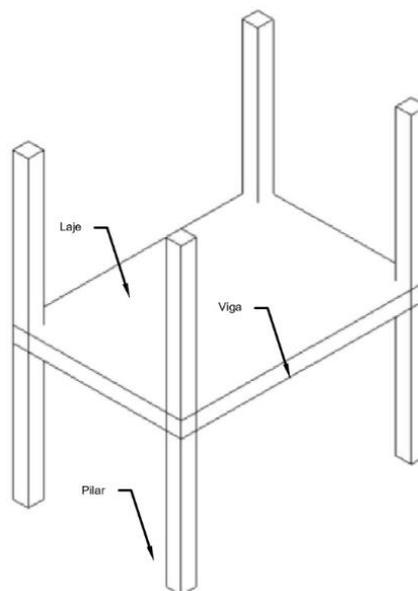
**Figura 3 – Elementos estruturais: Classificação geométrica.**



Fonte: PRÓPRIOS AUTORES, 2020

Logo, os elementos lineares correspondem as vigas e pilares e os elementos de superfície correspondem às vigas (Figura 4).

**Figura 4 – Elementos estruturais: Vigas, lajes e pilares**



Fonte: PRÓPRIOS AUTORES, 2020

Para Rebello (2000) esses componentes são interligados de forma que o conjunto dos elementos estruturais se relacionam de forma que a lajes se apoiam nas vigas, as vigas se apoiam nos pilares e por fim, os pilares se apoiam na fundação.

### 2.1.1 Laje

As lajes são elementos planos que possuem seu comprimento e largura maiores em relação a sua espessura, geralmente são elementos horizontais. Segundo Coelho (2008, p.33) “denomina-se de laje a uma placa de concreto que sustenta o piso das edificações. Placas com espessura maior que 1/3 do vão são estudadas como placa espessa” .

Logo, a principal função das lajes é servir de cobertura ou piso nas construções e receber os carregamentos atuantes no pavimento e descarregar esses esforços sobre as vigas em que estão apoiadas (SANTOS, 2014). As lajes existem em variados tipos, como maciças, nervuradas, lisas e cogumelo, pré-moldadas ou moldadas *in loco*.

As lajes maciças (Figura 5) são as mais tradicionais na construção pois são construídas basicamente por concreto e armadura de aço, entretanto também existem lajes maciças construídas inteiramente de concreto. Esse tipo de laje ocasiona um custo alto à construção, uma vez que, devido a necessidade de utilizar muitas formas e escoramentos, além de exigir um grande volume de concreto, podendo chegar a quase dois terços do volume total da estrutura (ADÃO; HEMERLY, 2010).

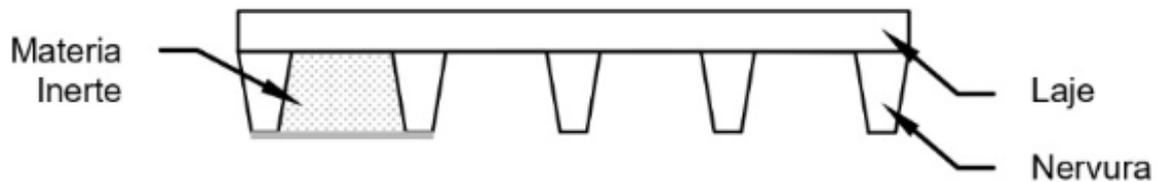
Figura 5 – Laje maciça



Fonte: PRÓPRIOS AUTORES, 2020

Enquanto isso, as lajes nervuradas (Figura 6) são geralmente utilizadas para construções de pequeno porte devido sua facilidade de construção, além de poderem ser empregadas para superar grandes vãos e sendo opcional o uso de material de enchimento (ADÃO; HEMERLY, 2010). Segundo a NBR 6118 (2014, p. 97) esse tipo de laje, “são as lajes moldadas no local ou com nervuras pré-moldadas, cuja zona de tração para momentos positivos esteja localizada nas nervuras entre as quais pode ser colocado material inerte”.

**Figura 6 – Laje nervurada**

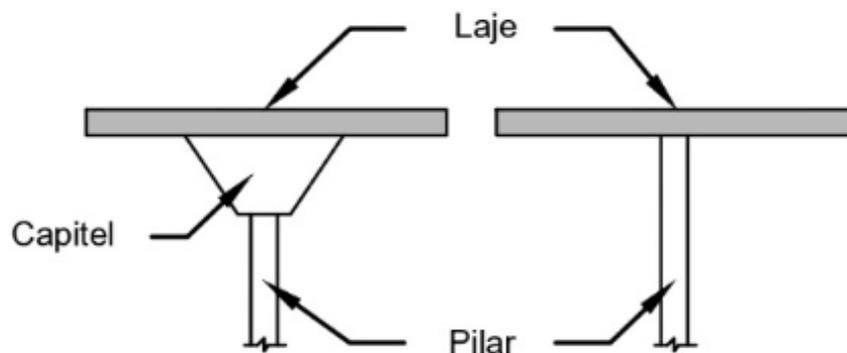


Fonte: PRÓPRIOS AUTORES, 2020

Em caso de se utilizar enchimento entre as nervuras, o mesmo precisa ser leve podendo ser blocos cerâmicos, blocos vazados de concreto e os blocos de poliestireno expandido (EPS) (ADÃO; HEMERLY, 2010).

As lajes lisas e cogumelo (Figura 7) geralmente são utilizadas quando não há presença de vigas, devido isso vão apoiadas direto nos pilares e podem ser construídas tanto com mesas pré-moldadas quanto com mesas maciças. De acordo com a NBR 6118 (2014, p. 97), “as lajes-cogumelo são lajes apoiadas diretamente em pilares com capitéis, enquanto as lajes lisas são apoiadas nos pilares sem capitéis”.

**Figura 7 – Laje lisa e cogumelo**



Fonte: PRÓPRIOS AUTORES, 2020

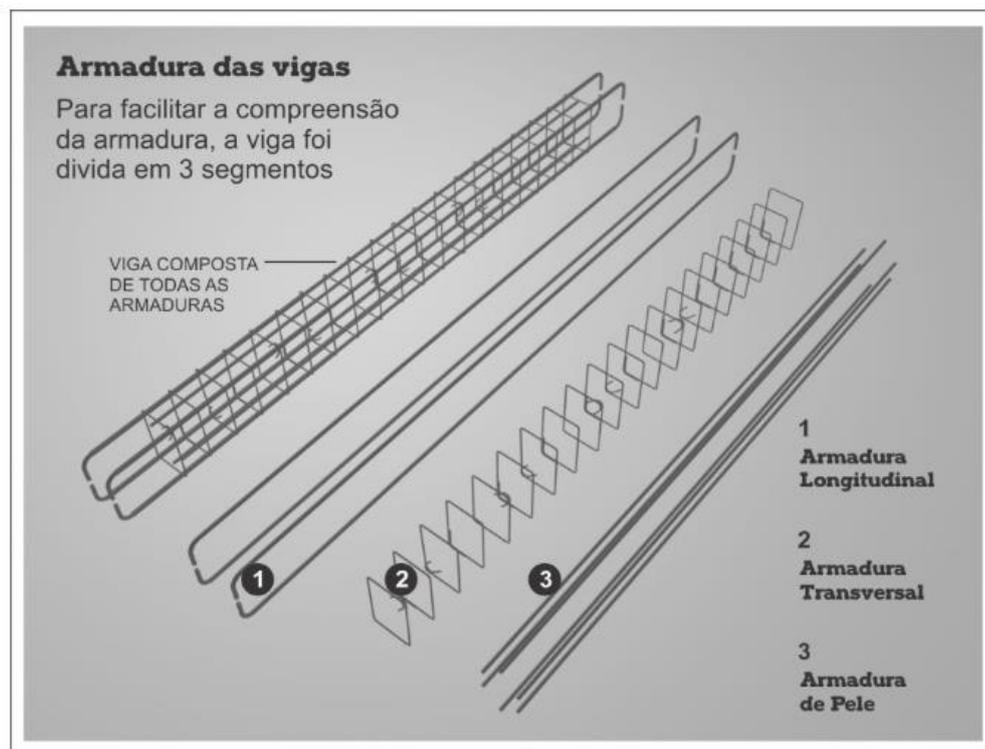
Por fim, as lajes pré-moldadas são aquelas fabricadas que estão prontas, ou até mesmo semi-prontas, antes mesmo de chegar ao local da construção, enquanto as lajes moldadas *in loco* é caracterizada por ser construída, em grande parte, dentro do canteiro de obras, utilizando de formas com base para a armadura de aço e para o concreto.

## 2.1.2 Viga

A NBR 6118 (ABNT, 2014, p. 83) classifica as vigas como “elementos lineares em que a flexão é preponderante”. Sua função básica é vencer vãos e transmitir as cargas para os apoios, geralmente pilares, podendo ser de aço, concreto ou madeira, além de assumir diversas configurações de tamanho, aplicabilidade e modelos. Ao longo do eixo longitudinal as vigas podem ser curvas, mas na maioria das aplicações são retas e horizontais.

Quando diz respeito as vigas de concreto armado, o concreto por si só não resiste aos esforços de tração, logo, para combater e vencer esses esforços usa-se aço através das armaduras longitudinal, transversal e de pele (Figura 8) (PAULA, 2018).

**Figura 8 – armaduras longitudinal, transversal e de pele**



Fonte: PAULA, 2018

- 1) Armadura Longitudinal – A principal função das armaduras longitudinais é combater o momento fletor por meio do seu diâmetro e dimensão, devido isso, são as principais

peças de uma viga, possuem as maiores dimensões e se subdividem em positivo e negativo (PAULA, 2018).

- 2) Armadura transversal – As armaduras transversais, também conhecidas como estribos, tem como objetivo combater os esforços cortantes na viga, além disso essas armaduras permitem a conexão com a armadura longitudinal (PAULA, 2018).
- 3) Armadura de Pele – A funcionalidade da armadura de pele é diminuir a fissuração e a retração. É posicionada em cada face da viga, geralmente é usado em peças com altura superior a 60 cm (PAULA, 2018).

Além do aço, existem outros fatores que são importantes na construção de uma viga, como garantir durante a concretagem que todo o concreto cubra a área planejada, para isso é utilizado o adensamento por meio de vibradores. Além disso os espaçadores precisam ser instalados na armadura da viga, para assegurar o cobrimento necessário estipulado no projeto estrutural (ADÃO; HEMERLY, 2010).

O espaçamento das barras também deve ser observado, ele é calculado e normatizado segundo a NBR 6118 (ABNT, 2014), de forma que na direção horizontal deverá ter: 20 mm e 1,2 vezes a dimensão máxima do agregado graúdo, e na direção vertical deverá ter: 20 mm e 0,5 vez a dimensão máxima característica do agregado graúdo (PAULA, 2018).

A ancoragem das Barras é outro fator extremamente importante pois corresponde a fixação da armadura da viga com o pilar. De maneira prática a armadura longitudinal da viga deverá ultrapassar a armadura do pilar, feito isso a ponta da armadura da viga que ultrapassou o pilar é dobrada em ângulo reto de 45°. Na norma NBR 6118/2014 são determinados coeficientes para barras sem ganchos e barras transversais soldadas (PORTO E FERNANDES, 2015).

Por fim, a emenda por transpasse corresponde a duas peças de aço posicionadas de maneira paralela que passam através de sua superfície e combatem os esforços de maneira conjunta (ADÃO; HEMERLY, 2010).

Os carregamentos são provenientes de lajes, de outras vigas, de paredes de alvenaria, de pilares, etc., geralmente perpendiculares ao eixo longitudinal. Momentos de torção e forças normais de compressão ou de tração, na direção do eixo longitudinal, também podem ocorrer (GRAZIANO, 2005).

As vigas, juntamente com as lajes e pilares, compõem a estrutura de contraventamento responsável por proporcionar a estabilidade global dos edifícios às ações verticais e horizontais.

Geralmente têm duas armaduras diferentes, a longitudinal e a transversal, compostas respectivamente por barras longitudinais e estribos (GRAZIANO, 2005).

Em relação a classificação, as vigas podem ser simples ou compostas, também conhecidas por vigas Gerber (BORGES, 2010):

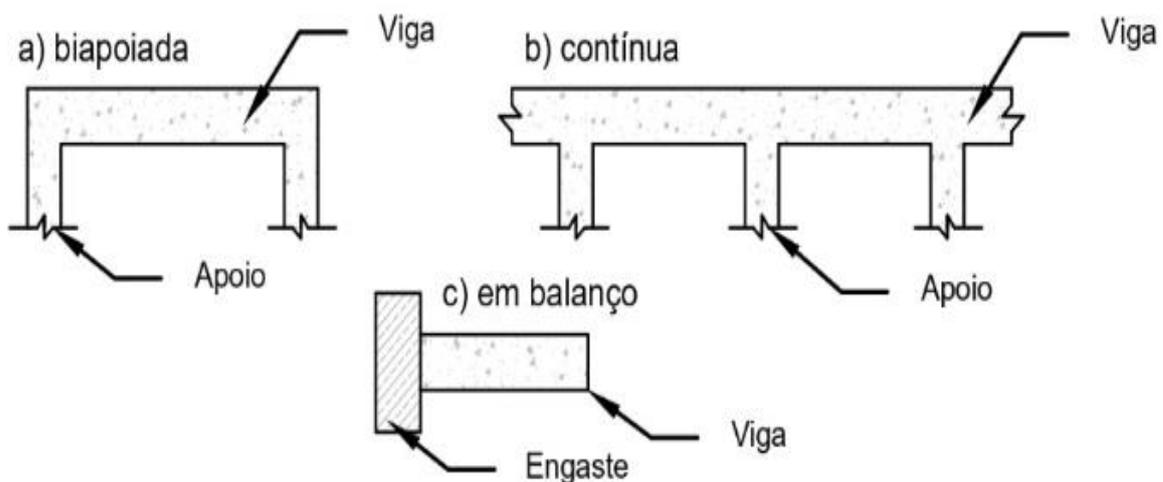
- Vigas simples: todos os nós são rígidos;
- Vigas compostas: pode possuir nós rígidos e articulados, são consideradas como a associação de duas ou mais vigas simples.

As vigas simples podem ser classificadas em três tipos (Figura 9):

- Biapoiadas;
- Contínuas;
- Balanço.

Vigas biapoiadas são as que possuem apenas dois apoios, ou seja, apenas um vão; vigas contínuas possuem vários apoios, podendo conter dois ou mais vãos; as vigas em balanço são sustentadas apenas por um apoio, sendo este engastado, possuindo uma das bordas livre (BORGES, 2010).

**Figura 9 – Vigas biapoiadas, contínuas ou em balanço**



Fonte: PRÓPRIOS AUTORES, 2020

Os apoios agem nas vigas impedindo deslocamentos horizontais, verticais ou rotações, e, mesmo que este conceito seja válido para todas as ligações existentes da estrutura, sua maior utilização é na determinação das vigas. São identificados em situações reais quando

as vigas são apoiadas diretamente sobre paredes, estão sobre outras vigas ou em pilares na menor direção, ou em pilares na maior direção com dimensão maior que 60 cm, sendo denominados como apoio de primeiro, segundo e terceiro gênero respectivamente (ADÃO; HEMERLY, 2010).

No que se refere à durabilidade e segurança, por estarem constantemente submetidas a esforços de flexão, faz-se de grande importância o estudo do desempenho das vigas em relação ao ELU e ELS. Para o dimensionamento das seções deve-se analisar uma série de combinações de deformações que compõe o ELU. Essas situações de deformação podem ser resumidas em cinco domínios, denominados Domínios de Dimensionamento ao Estado Limite Último (GRAZIANO, 2005).

Os domínios podem ser entendidos de acordo com a NBR 6118 (ABNT, 2014) da seguinte maneira:

- Ruptura convencional por deformação plástica excessiva (por excesso de alongamento da fibra de concreto onde se aloja a armadura tracionada)
- Ruptura convencional por encurtamento-limite do concreto.

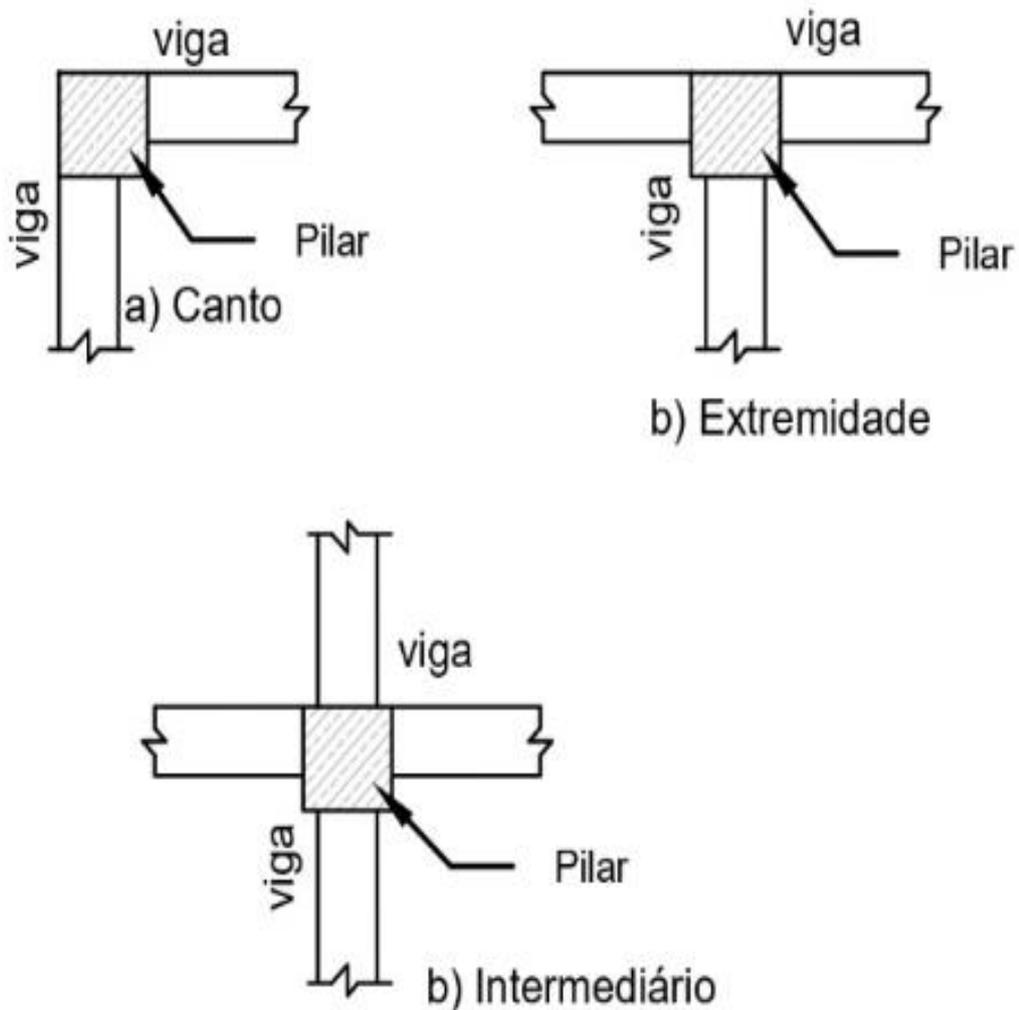
### **2.1.3 Pilar**

Os pilares são elementos lineares de eixo reto, usualmente dispostos na vertical, em que as forças normais de compressão são preponderantes (NBR 6118, 2014). As ações que recebem, geralmente de vigas e lajes, são transmitidas às fundações das edificações, na grande maioria dos casos.

Os pilares são os elementos estruturais de grande importância nas estruturas, tanto do ponto de vista da capacidade resistente dos edifícios quanto no aspecto de segurança. Como elementos verticais, são os principais responsáveis na estabilidade global dos edifícios, compondo o sistema de contraventamento juntamente com as vigas e lajes e podem ser classificados de acordo com suas diferentes funções na estrutura, como por exemplo, em relação às suas dimensões, situação de projeto e função na resistência horizontal (ADÃO; HEMERLY, 2010).

Em relação a posição do pilar na estrutura, o mesmo pode ser classificado em pilar central, pilar de extremidade ou pilar de canto (Figura 10).

**Figura 10– Pilar centra, de canto ou intermediário**



Fonte: PRÓPRIOS AUTORES, 2020

- a) Pilar de canto: pilares localizados nos cantos dos edifícios onde as vigas que neles chegam nas duas direções do pilar são finalizadas nele. São solicitados por cargas concentradas verticais e momento fletor nas duas direções (flexão composta oblíqua) (CLÍMACO, 2013);
- b) Pilar lateral ou de extremidade: pilares localizados nas bordas dos edifícios onde as vigas que chegam perpendicularmente a borda do pilar são finalizadas nele. São solicitados por cargas concentradas verticais e momento fletor na direção perpendicular (flexão composta) (CLÍMACO, 2013);

- c) Pilar central ou intermediário: pilares localizados no interior do edifício, servindo de apoio intermediário para vigas e submetidos à compressão simples (CLÍMACO, 2013).

Além da classificação do pilar quanto a posição na estrutura, o mesmo ainda pode ser classificado de acordo com a participação na subestrutura de contraventamento:

- Pilares de contraventamento: participam ativamente à resistência a ações horizontais, ou seja, são responsáveis pela estabilidade global da estrutura e devem ser dimensionados para resistir aos esforços globais de vento, desaprumo, etc NBR 6118 (ABNT, 2014).
- Pilares contraventados: são aqueles que não participam ativamente à resistência a ações horizontais, ou seja, são contraventados pelos Pilares de contraventamento, logo, é necessário apenas efetuar sua análise local NBR 6118 (ABNT, 2014).

Por fim, em relação ao índice de esbeltez ( $\lambda$ ), é uma medida mecânica utilizada para estimar com que facilidade um pilar irá encurvar, ou seja, sofrer flambagem, os pilares são classificados em:

- Curto ( $\lambda \leq 35$ ): não ocorre flambagem;
- Medianamente esbelto ( $35 < \lambda \leq 90$ );
- Esbelto ( $\lambda > 90$ ).

Lembrando que os efeitos de 2ª ordem, ou seja, flambagem podem ser verificados por métodos simplificados e em casos de pilares esbeltos devem ser consideradas além das deformações de flambagem a fluência do concreto (ADÃO; HEMERLY, 2010). Além disso segundo a NBR 6118 (ABNT, 2014) pilares devem possuir índice de esbeltez menor ou igual a 200 ( $\lambda \leq 200$ ) podendo ultrapassar este limite apenas em caso de elementos pouco comprimidos.

#### **2.1.4 Fundação**

A fundação é um elemento estrutural que transfere ao solo as cargas provenientes dos pilares, considerando as características mecânicas envolvidas. As fundações podem ser classificadas em:

- Diretas ou rasas quando a transferência de carga se der a pequena profundidade. Neste caso, o elemento estrutural de fundação que distribui a carga do pilar para o solo chama-se sapata direta;
- Profundas em estacas ou em tubulão, quando a transferência de carga se der a “grande” profundidade. Neste caso, o elemento estrutural de fundação que transfere a carga do pilar para as estacas ou tubulões chama-se bloco.

## 2.2 MÉTODOS DE DIMENSIONAMENTO

### a) Norma

No dimensionamento de estruturas, baseia-se na norma da ABNT NBR 6118 – Projetos de Estruturas de Concreto, que estabelece os requisitos básicos exigidos na concepção de projetos de estruturas de concreto armado.

Para isso a NBR 6118 traz alguns conceitos principais que norteiam os projetos a saber que para a elaboração do projeto, o engenheiro deve seguir as normas vigentes da ABNT, ressaltando a NBR 6118 (ABNT, 2014) – “Projeto de estruturas de concreto – Procedimento”, onde são estabelecidas exigências e recomendações referentes a cada etapa do projeto. Construções que ferem as exigências das normas, além de apresentarem patologias, podem levar os responsáveis a responder legalmente por imprevistos futuros.

A NBR 6118 define também que o projeto estrutural deve “considerar as condições arquitetônicas, funcionais construtivas, estruturais e de integração com os demais projetos (elétrico, hidráulico, ar-condicionado e outros), explicitadas pelos responsáveis técnicos de cada especialidade [...]”.

Por sua vez, a NBR 6118 (ABNT, 2014, p. 15) exige também que as estruturas sejam “projetadas e construídas de modo que, sob as condições ambientais previstas na época do projeto e quando utilizadas conforme preconizado em projeto, conservem sua segurança, estabilidade e aptidão em serviço durante o prazo correspondente à sua vida útil”.

### b) Biela

Para o dimensionamento de elementos estruturais como por exemplo, as vigas, colunas, sapatas e blocos, se faz necessário o conhecimento os percursos das forças concentradas ou distribuídas que atuar na estrutura, quando se fala em dimensionamento estrutural é comum a utilização do método de biela e tirantes (AGUIAR, 2018).

Esse método busca descrever como as forças atuantes percorrer no interior da estrutura, e como as armaduras reagem as mesmas, na figura abaixo é possível observar o papel de cada uma desses elementos (NEPOMUCENO, 2012).

Quando se tem uma força sendo aplicado sobre uma viga, por exemplo, essa tende a percorrer por toda estrutura até ser descarregada no solo, conforme representada na figura acima, a força se divide em um ângulo de  $45^\circ$  ou  $55^\circ$  em duas direções, essa força causam a compressão do concreto é são necessários a inclusão de tirantes (AGUIAR, 2018).

Os tirantes são elementos de tração que tem o papel de puxar as forças da borda inferior para a borda superior, fazendo com que a mesma possa chegar as colunas e posteriormente a fundação (PORTO E FERNANDES, 2015).

#### c) Treliça Morsch

O método de cálculo de tensões pela treliça clássica de Morsch majora as forças de tensões nas armaduras transversais muito além dos valores reais, devido esta considerar em seus cálculos uma treliça hiperestática com ângulo de atuação das bielas menores de  $45^\circ$  tornado estas mais rígidas que concentram um valor maior do carregamento causando a flexão, os esforços da cortante absorvem-se no concreto quando comprimido (PAULA, 2018).

Devido a complexibilidade dos resultados obtidos pelo método clássico de Morsch, observou-se eu ao introduzir amostras simples baseando em ensaios que retificam o valor da armadura obtidas na teoria anterior. Esse novo método ficou conhecido como teoria da treliça generalizada de Morsch (PAULA, 2018).

#### d) Elementos finitos

O método dos elementos finitos tem como principal objetivo oferecer soluções de equações diferenciais dividindo os elementos em partes menores de baixa complexidade para realizar uma análise do conjunto por um todo, dessa maneira é possível observar o

comportamento das deformações estruturais quando aplicado um carregamento (AGUIAR, 2018).

Um exemplo de análise dos elementos finitos é quando uma estrutura que sofre um carregamento que se desloca através dos nós apresentando resultados de como está se comportará nesse cenário, obtendo gráficos de tensão, deformação e deslocamento da estrutura (AGUIAR, 2018).

Esse método tem aplicabilidade não só na engenharia civil, como também na resolução de problemas térmicos, acústicos e eletromagnéticos, através deste é possível verificar a durabilidade do objeto em análise, saber os pontos onde estão concentradas as tensões, verificar o comportamento do objeto quando submetido a um carregamento melhorando os objetos antes de serem produzidos (AGUIAR, 2018).

#### e) Metodo dos elementos de contorno

O MEC - Método de Elemento de Contorno atua como um sistema computacional para resolver equações diferenciais integrais, tendo resultado mais precisos quando comparado ao método dos elementos finitos, pois analisa os elementos semi-infinitos ou infinitos com maior exatidão (BASTOS, 2006).

Sua análise utiliza as configurações de avaliação do contorno de partes menores menos complexa por meio dos nós, ou seja, obtém-se os resultados de tensão, deformação e deslocamento do objeto em análise pelo seu contorno com base em interpolação dos números obtidos nesses pontos (NEPOMUCENO, 2012).

Uma das principais características desse método é o uso de resultantes primárias da resolução fundamental, ou seja, se uma estrutura recebe um carregamento, para verificar os resultados da deformação, esta carga deve estar em um ponto elástico infinito (BASTOS, 2006).

#### f) Método das diferenças finitas

Esse método trata-se de uma solução através de uma equação diferencial em um domínio que implica no conhecimento dos valores das variáveis estudadas, logo, esse método consiste em resolver a equação diferencial em pontos discretos. Para transformação das equações em formas discretizadas em um sistema de equações em função dos valores da variável em cada nó, é preciso aproximar as derivadas (BASTOS, 2006).

Esse método busca escrever os diferenciais em sua forma discreta de forma a apresentar a equação que delimita o comportamento estático das vigas, obtenha dentre outros fatores, as condições de contorno nos vínculos dos apoios da viga, é aplicado para estudos de caso no comportamento estático e calcula os valores das flechas em vigas (BASTOS, 2006).

### 2.3 MÉTODO DE BIELA TIRANTES

De forma resumida, a utilização do Método de Bielas e Tirantes nasceu no início do século XX com a concepção da utilização treliça aplicada ao projeto de vigas de concreto armado à flexão simples estudada por RITTER (1899) e MÖRSCH (1909), que parte da premissa de que ao se aplicar uma força em uma determinada viga, a mesma percorre um caminho que se assemelha a uma treliça até chegar aos apoios da estrutura (AGUIAR, 2018).

Ao passo que a treliça clássica se manteve como a base para o dimensionamento de vigas de concreto armado, mesmo com o passar dos anos SCHLAICH et al. (1987) propuseram generalizar a representação proposta por Ritter e Morsch para o dimensionamento de estruturas de concreto armado através de um modelo chamado de modelo de bielas e tirantes (BASTOS, 2006).

Logo, esse método de bielas e tirantes representa o comportamento das estruturas de concreto armado quando submetidas a forças, que por sua vez, percorrem campos de tensões de compressão interligados por tensões de tração.

#### a) Conceito

O modelo de bielas e tirantes é um método comprovado cientificamente e recomendado não só pela Norma Brasileira mas também por outras normas internacionais para o dimensionamento de regiões descontínuas de elementos de concreto armado, em outras palavras esse método de dimensionamento é a representação dos campos de tensão de tração e compressão nos elementos estruturais (AGUIAR, 2018).

Esse método simula o comportamento das tensões de compressão em bielas e as tensões de tração em tirantes, fazendo a conexão por nós, de forma que seja possível se obter uma compreensão mais precisa do comportamento das estruturas de concreto, além disso esse método ele tem como fator principal o mecanismo das vigas de concreto armado. Logo ao

buscar a representação da estrutura real, o modelo de biela e tirantes idealiza um modelo baseado em uma treliça onde o modelo idealizado é constituído por barras comprimidas e tracionadas e unidas por nós (AGUIAR, 2018).

## b) Elementos da treliça

A seguir, serão detalhados os elementos constituintes do modelo de biela e tirante.

### I. Nós

Os nós representam os pontos de interseção entre os elementos, tal qual em uma treliça, inclusive, nas regiões onde as tensões são desviadas ao longo do comprimento. Em um elemento estrutural grande parte dos nós é do tipo contínuo, ou seja, os campos de tensões no concreto são equilibrados ou desviados em comprimentos satisfatórios, esses nós contínuos não são críticos no projeto devido isso, é suficiente que seja verificada a ancoragem das barras que nele concorrem (NEPOMUCENO, 2012).

Entretanto, se ocorrer uma concentração de tensões no concreto e ancoragem ou desvio das forças, os nós são chamados de singulares ou concentrados. Esse tipo de nó geralmente governa a resistência e as dimensões do elemento estrutural (NEPOMUCENO, 2012).

Em relação às tensões atuantes em cada face da estrutura, um nó pode ser classificado em hidrostático e não-hidrostático, nesse caso, o nó é hidrostático quando ao fazer o dimensionamento as tensões em todas as faces são iguais, logo, não há cisalhamento. Esse tipo de nó tem como vantagem a ausência de esforço cortante e como desvantagem a dificuldade em dimensionar as faces obedecendo às limitações entre os ângulos.

A nomenclatura dos nós se dá conforme a quantidade de bielas e tirantes que nele se cruzam, por exemplo, CCC: três bielas comprimidas se cruzam em um nó; CCT: duas bielas comprimidas e um tirante se interceptam em um nó. No caso de três elementos se interceptarem em um nó mas com ângulos diferentes, elementos semelhantes podem ser combinados em um, atuando como uma força resultante (NEPOMUCENO, 2012).

### II. Bielas

Conforme mencionado, esse método simula o comportamento das tensões de compressão em bielas e tensão em tirantes, logo as bielas representam discretizações dos campos de compressão no elemento estrutural, representadas por uma diagonal de concreto formada por duas fissuras consecutivas. Dependendo da distribuição das tensões dentro da estrutura as bielas podem ser classificadas em três configurações típicas, a saber (NEPOMUCENO, 2012):

- Biela prismática: consiste em um campo de tensão que se distribui de forma uniformemente, sem perturbação, e que não produz tensão transversal de tração;
- Biela em leque: consiste em uma representação de um campo de tensão que contém uma curvatura desprezível, que não desenvolve tensão transversal de tração;
- Biela em garrafa: consiste em um tipo de biela que possui distribuição de tensão em linhas curvilíneas com afunilamento da seção e que desenvolve tensões transversais de tração.

### III. Tirantes

As tensões de tração nesse modelo de dimensionamento são normalmente direcionadas aos tirantes, que geralmente são constituídos de barras de aço, embora em algumas situações especiais nas bielas do tipo garrafa que não são armadas transversalmente seja necessário utilizar tirantes de concreto. É importante destacar que é recomendável a utilização de barras mais finas e em maior quantidade de camadas nos tirantes é na ancoragem da armadura de forma o esmagamento das regiões nodais seja evitado (NEPOMUCENO, 2012).

Já a ancoragem das barras por aderência consiste em uma transferência de carga por tensão de compressão no concreto ou pressão radial das barras dobradas que são desviadas pelas tensões de aderência. Sobre o apoio, a ancoragem se inicia no começo da seção do apoio e deve ser estender, no mínimo, até o fim do apoio (NEPOMUCENO, 2012).

Em alguns casos o comprimento no interior do nó não é suficiente para satisfazer a ancoragem necessária, sendo assim, é necessário prolongar a barra além do nó fazendo com que parte da força no tirante seja considerada como uma força de compressão, essa ancoragem é feita com uma placa que transfere a força por detrás do nó causando compressão e conseqüentemente aumentando a resistência (NEPOMUCENO, 2012).

## 2.4 VANTAGENS DO MODELO DE BIELAS E TIRANTES

O modelo de biela e tirante tem por base o mecanismo das vigas de concreto armado baseados no modelo de treliça, onde é construído um modelo no qual é constituído por barras comprimidas e tracionadas, unidas por nós. Dentre as vantagens da utilização desse método, pode-se destacar:

- O modelo de biela e tirante analisa o elemento estrutural sem a necessidade de separar as forças internas da estrutura e os esforços solicitantes para equilibrá-los, constituindo-se em um modelo mais realista (AGUIAR, 2018).
- Qualquer elemento estrutural pode ser representado pelo modelo de bielas e tirantes, inclusive é muito utilizado em elementos que apresentam um estado de tensões complexo, como por exemplo: vigas-parede, consolos, cunhas de ancoragem de protensão, entre outras situações, abrangendo estruturas de concreto armado e protendido (AGUIAR, 2018).
- Certo conservadorismo é inerente ao modelo devido a sua concepção estar atrelada ao teorema do limite inferior (AGUIAR, 2018).

## 2.5 DESVANTAGENS DO MODELO DE BIELAS E TIRANTES

Em relação as desvantagens desse método, são poucas em relação as vantagens. Como principal destaque está no fato do modelo de bielas e tirantes utilizar um software mais complexo do que em modelos convencionais (NEPOMUCENO, 2012).

Outra desvantagem é a dificuldade em dimensionar as faces dos nós hidrostáticos obedecendo às limitações entre os ângulos (NEPOMUCENO, 2012).

Pode ser citado como desvantagem também nesse tipo de método é que para estruturas mais complexas, determinar-se o caminho das cargas pode não ser uma tarefa fácil (NEPOMUCENO, 2012).

### **3 METODOLOGIA**

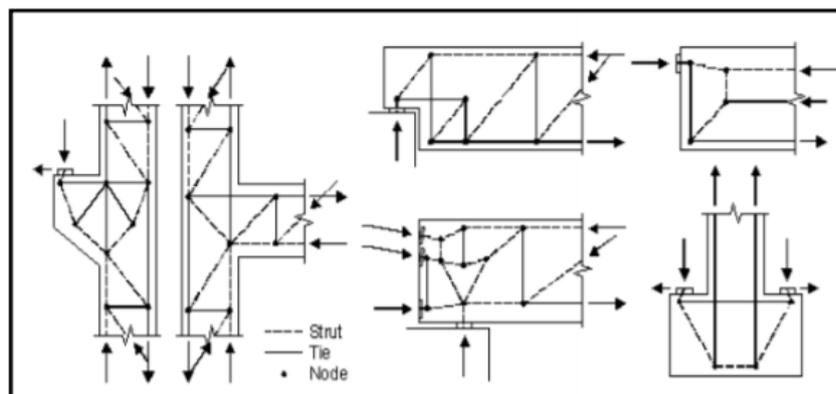
As estruturas de concreto podem ser divididas em regiões B e D. Nas regiões B (contínuas) são válidas as hipóteses de Bernoulli, enquanto as regiões D (descontínuas) a distribuição de deformações não é linear, a não linearidade é produzida por descontinuidades estáticas (forças concentradas e reações) e/ou geométricas (mudanças na geometria) (MUNHOZ, 2014).

Para projetar vigas pelo modelo de bielas e tirantes pode-se dividir em várias etapas: definição da região descontínua, análise estrutural, processo do caminho das cargas, escolha do modelo mais adequado, dimensionamento das bielas e tirantes, verificação das regiões nodais e por fim detalhamento das armaduras (MUNHOZ, 2014).

O conceito de bielas de compressão mostra como o aço e o concreto se unem para a transferência de cargas, e também como o concreto comprimido trabalha e tem participação importante na resistência ao cisalhamento de peças fletidas (SANTOS, 2003).

O método abordado tem como principal ideia a substituição da estrutura real por uma estrutura resistente na forma de treliça, chamada de Modelo de Bielas e tirantes, que acaba por simplificar de maneira sistemática o problema de elementos com descontinuidade conforme ilustra a abaixo (SOUZA, 2004):

**Figura 11 – Exemplo de modelagem através do método de Bielas e tirantes**



Fonte: SOUZA, 2004

#### a) Metodologia de cálculo

De acordo com Aguiar (2018) o procedimento para a análise de elementos estruturais através do modelo de bielas e tirantes é resumido em seis etapas, a saber:

- I. Determinar as forças atuantes no contorno do elemento estrutural, assim como ações aplicadas e reações de apoio.
- II. Elaborar o modelo de bielas e tirantes respeitando a trajetória das forças.
- III. Substituir as cargas distribuídas por forças concentradas nos nós e os momentos por binários.

- IV. Calcular a treliça respeitando as forças normais de compressão nas bielas e de tração nos tirantes.
- V. Verificar as tensões de compressão nas bielas e nos nós mais críticos e calcular as áreas de aço necessárias nos tirantes, para em seguida definir suas ancoragens.
- VI. Fazer o detalhamento das armaduras de forma que seja compatível com o posicionamento dos tirantes.

b) Parâmetros de cálculo

As verificações das tensões de compressão podem ser calculadas de acordo com os critérios definidos na NBR 6118 (2014).

Inicialmente, define-se o fator de efetividade do concreto, conforme equação 01.

$$\alpha_{v2} = 1 - \frac{f_{ck}}{250} \quad (1)$$

Em seguida são definidas as tensões resistentes no concreto. Máxima tensão resistente de compressão, em bielas, no concreto em regiões sem tensões de tração transversais e em nós totalmente comprimidos (Nós CCC), conforme equação 2 (NBR 6118, 2014).

$$f_{cd1} = 0,85 * \alpha_{v2} * f_{cd} \quad (2)$$

Após o cálculo das tensões resistentes de compressão, são calculadas a máxima tensão resistente de compressão no concreto em regiões com tensões de tração transversais e em nós onde conflui dois ou mais tirantes (Nó CTT), conforme equação 3 (NBR 6118, 2014)

$$f_{cd2} = 0,60 * \alpha_{v2} * f_{cd} \quad (3)$$

Por fim, é calculado a máxima tensão resistente em nós onde conflui somente um tirante (Nó CCT), equação 4 e a área de aço necessária a ser considerada em cada tirante AS é dada em função das forças de tração  $T_d$  nos tirantes, equação 5 respectivamente (NBR 6118, 2014).

$$f_{cd3} = 0,72 * \alpha_{v2} * f_{cd} \quad (4)$$

$$A_s = \frac{T_d}{f_{yd}} \quad (5)$$

### c) Ancoragem

Ancoragem é a fixação da barra no concreto, para que ela possa ser interrompida. Na ancoragem por aderência, deve ser previsto um comprimento suficiente para que o esforço da barra (de tração ou de compressão) seja transferido para o concreto. Ele é denominado comprimento de ancoragem.

A viabilidade do concreto armado está associada ao fenômeno da aderência, que assegura a igualdade das deformações específicas do concreto e do aço, garantindo também a transmissão das forças entre os dois materiais (AGUIAR, 2018).

Considerando-se simplificadamente que a distribuição de tensões de aderência  $f_{bd}$  entre o concreto e o aço seja uniforme, e que haja ruptura simultânea por escoamento da barra e por aderência da barra (de diâmetro  $\emptyset$ ) no concreto, para um comprimento de ancoragem básico  $l_b$ , tem-se que (AGUIAR, 2018):

$$l_b = \frac{\emptyset * f_{yd}}{4 * f_{bd}} \quad (6)$$

$$f_{bd} = \eta_1 * \eta_2 * \eta_3 * f_{ctd} \quad (7)$$

Os coeficientes de aderência  $\eta_1, \eta_2, \eta_3$  podem ser verificados de acordo com os itens 9.3.1, 9.3.2.1 e tabelas 8.3 da NBR 6118 (2014).

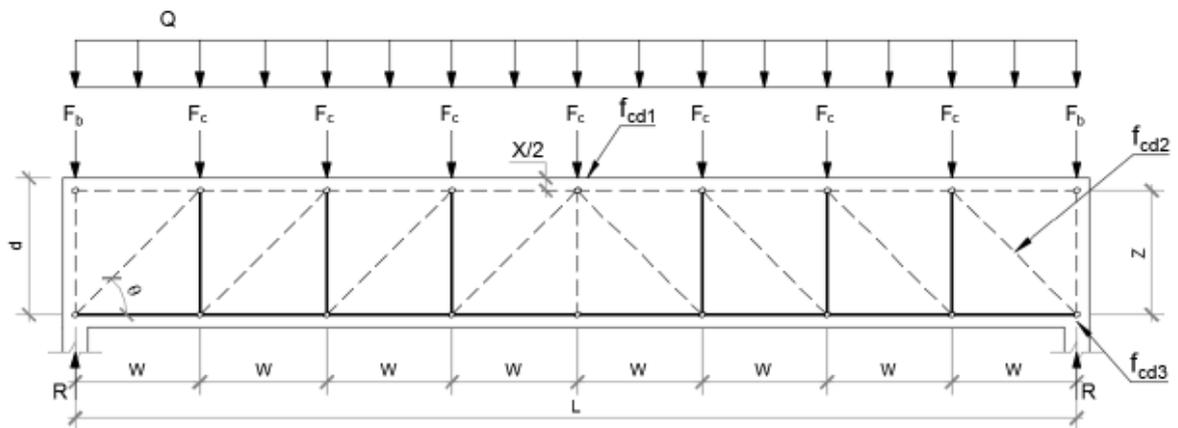
## 3.1 FORMULAÇÃO

A seguir serão apresentados o passo a passo dos modelos de vigas que posteriormente serão analisados.

### 3.1.1 Vigas bi-apoiadas, em balanço e contínuas

Inicialmente será analisado um modelo de uma viga bi-apoiada.

Figura 12 – Modelo de bielas e tirantes para viga biapoiada.



Fonte: PRÓPRIOS AUTORES, 2020

Primeiramente deve-se realizar a análise da viga com a determinação das reações de apoio.

Para se elaborar o modelo é necessário calcular a altura do bloco comprimido que satisfaça à resistência limite de  $f_{cd1}$  na seção mais solicitada à flexão, para definir a altura  $z$  da treliça. O espaçamento  $w$  deve ser ajustado em relação à  $z$  de maneira que a inclinação  $\theta$  da biela esteja entre  $30^\circ$  e  $45^\circ$  (AGUIAR, 2018).

Para que seja definida a profundidade do bloco comprimido  $x$  e do braço de alavanca  $z$  da seção mais solicitada a flexão, segue-se.

$$x = d - \sqrt{d^2 - \frac{2 \cdot M_{sd}}{b \cdot f_{cd1}}} \quad (8)$$

$$z = d - \frac{x}{2} \quad (9)$$

Após o  $z$  ser conhecido pode-se definir a geometria do modelo de treliça.

O carregamento distribuído ( $Q$ ) deve ser decomposto em forças concentradas nos nós.

Força nos nós centrais:

$$F_c = Q \cdot w \quad (10)$$

Força nos nós de borda:

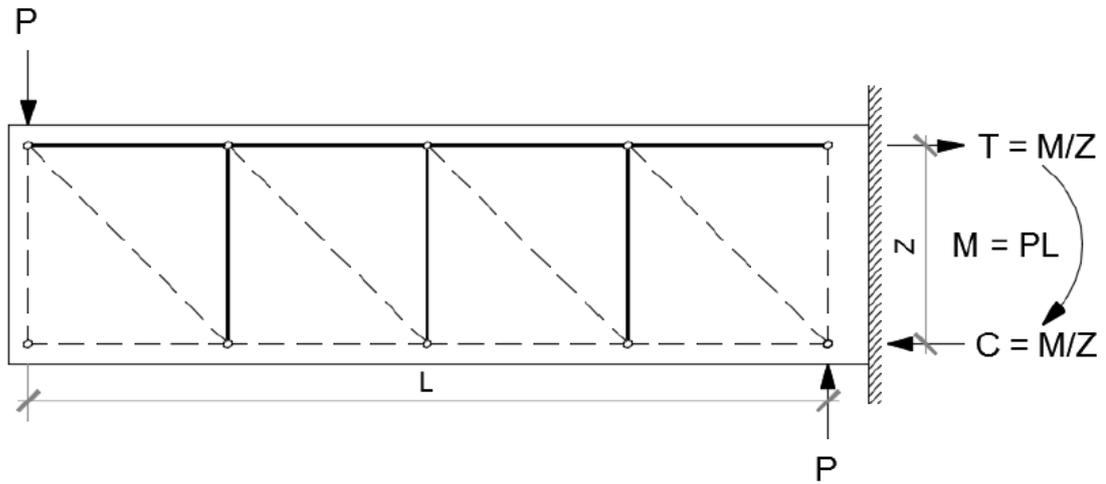
$$F_b = Q \cdot \frac{w}{2} \quad (11)$$

Nas ocasiões em que se tem uma viga em balanço ou contínua aparecem momentos negativos que precisam ser equilibrados por um binário na extremidade da treliça. (Figura 13).

Binário de forças para equilibrar o momento:

$$f_m = \frac{M}{z} \quad (12)$$

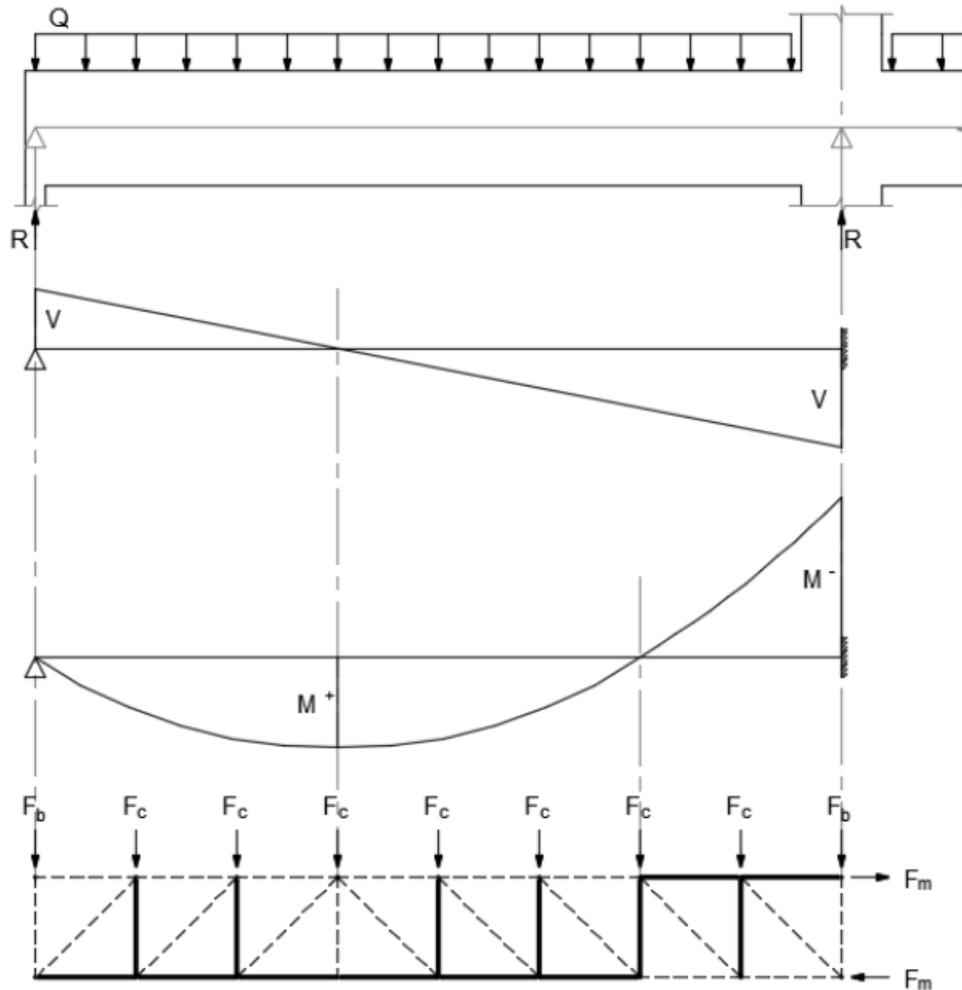
**Figura 13 – Modelo de bielas e tirantes para a viga engastada**



Fonte: AGUIAR, 2018

Nas ocasiões em que se tem uma viga contínua deve-se observar cada vão individualmente, como mostra figura 14.

**Figura 14 – Modelo de bielas e tirantes para uma viga contínua**



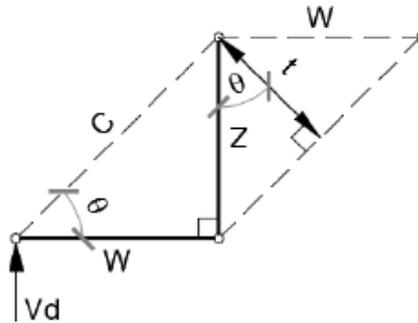
Fonte: AGUIAR, 2018

A tensão nos nós de apoio deve ser verificada considerando-se a área de contato entre a viga e pilas:

$$\sigma_{cd3} = \frac{\text{Reação}}{A_{\text{apoio}}} \leq f_{cd3} \quad (13)$$

As tensões nas bielas inclinadas devem ser comparadas com  $f_{cd2}$ . Para esse cálculo de resistência é necessário avaliar a área ( $t \cdot bw$ ) da biela inclinada como pode ser visto na figura 15 ( $bw$  é a largura da viga), (AGUIAR, 2018).

**Figura 15 – Detalhe geométrico da biela inclinada para calcular resistência da biela**



Fonte: AGUIAR, 2020

$$t = z * \cos\theta \quad (14)$$

Portanto, a tensão na biela inclinada é:

$$\sigma_{cd2} = \frac{c}{t * b_w} \rightarrow \frac{V_d}{\sin\theta * z * \cos\theta * b_w} \leq f_{cd2} = 0,6 * \alpha_{v2} * f_{cd} \quad (15)$$

$$V_d \leq 0,6 * \alpha_{v2} * f_{cd} * \sin\theta * z * \cos\theta * b_w \quad (16)$$

Verifica-se que essa é uma expressão similar à da resistência à compressão diagonal do concreto  $V_{Rd2}$  do Modelo de Cálculo II, apresentada no item 17.4.2.3 da NBR 6118 (2014) e abaixo reproduzida, (AGUIAR, 2018):

$$V_{Rd2} = 0,54 * \alpha_{v2} * f_{cd} * b_w * d * \sin^2\theta * (\cot\alpha + \cot\theta) \quad (17)$$

Considerando-se o ângulo de inclinação da armadura transversal  $\alpha$  igual a  $90^\circ$  pode-se avaliar a altura  $z$  considerada pela NBR 6118 (2014):

$$0,6 * z = 0,54 * d \rightarrow z = \frac{0,54 * d}{0,6} \rightarrow z = 0,9 * d \quad (18)$$

Logo para o dimensionamento de vigas simples pode-se substituir a verificação de  $f_{cd2}$  pela do  $VRd2$ , (AGUIAR, 2018).

Armadura transversal resistente à força cortante:

O Método de Bielas e Tirantes não considera a parcela VC de força cortante resistida pelo concreto, logo seu dimensionamento das armaduras transversais se torna mais conservador do que o definido na NBR 6118 (2014), (AGUIAR, 2018).

$$\frac{V_{sd}}{w} \rightarrow \frac{V_{sd}}{z \cdot \cot \theta} = \frac{A_{sw}}{s} * f_{yd} \rightarrow \frac{A_{sw}}{s} = \frac{V_{sd}}{z \cdot \cot \theta * f_{yd}} \quad (19)$$

Armadura de flexão:

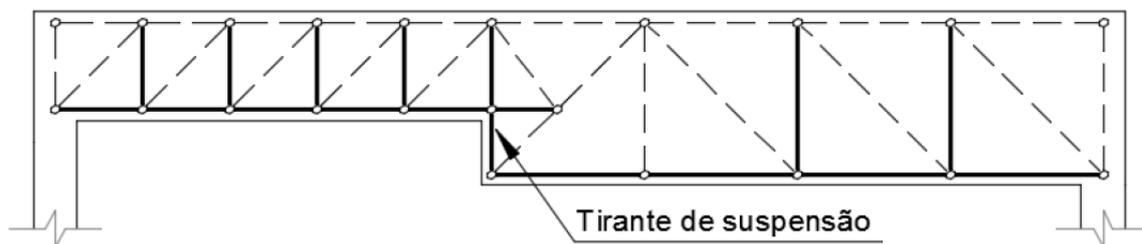
$$T_d = A_s * f_{yd} \rightarrow A_s = \frac{T_d}{f_{yd}} \quad (20)$$

### 3.1.2 Viga com variação de seção

Na figura 16 e 17 apresenta modelos de vigas com variação na seção brusca e variação menos brusca, respectivamente. Juntamente com as armaduras longitudinais já dimensionadas pela forma usual deve-se acrescentar as armaduras de suspensão, para que a armadura longitudinal do lado de maior altura possa ser interrompida, e ter continuidade na armadura longitudinal de seção com menor altura.

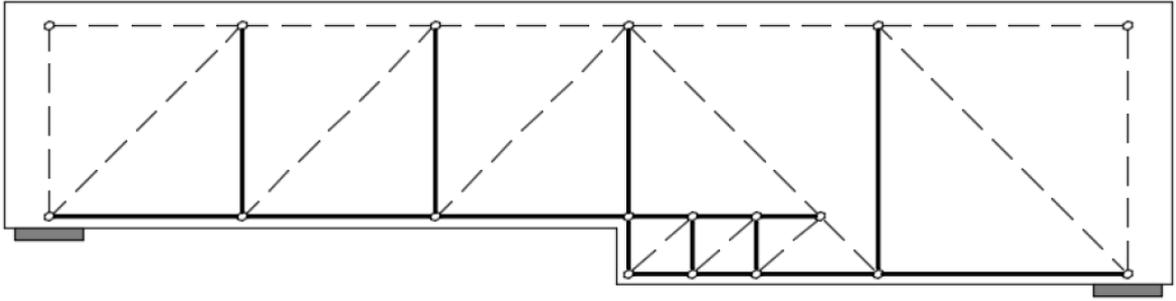
Em casos de variação menos brusca a armadura de suspensão das barras longitudinais da parte de maior altura vai se transformando e uma armadura transversal de costura.

**Figura 16 – Modelo de bielas e tirantes em viga com variação brusca**



Fonte: AGUIAR, 2018.

**Figura 17 - Modelo de bielas e tirantes em viga com variação menos brusca**



Fonte: AGUIAR, 2018.

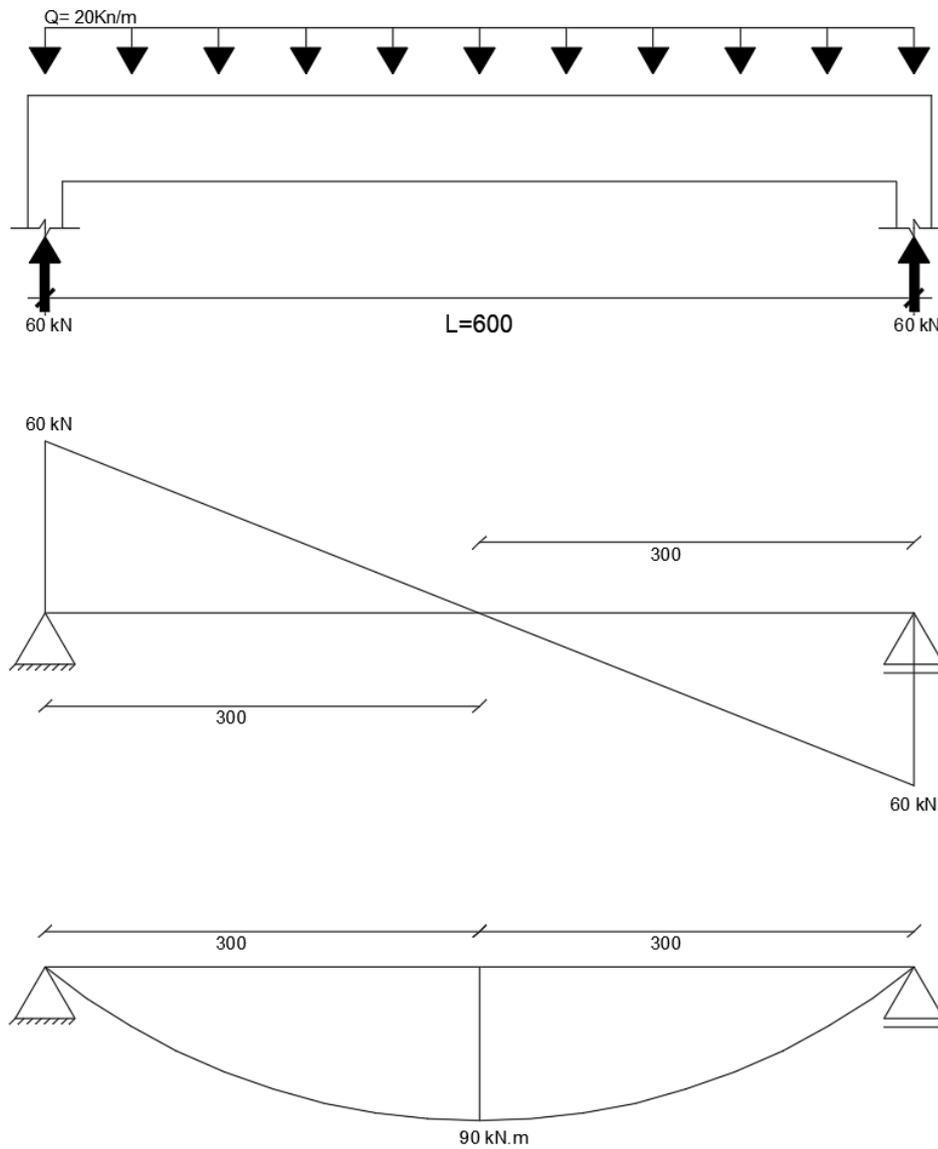
## 4 ESTUDO DE CASO

A seguir será analisado detalhadamente os resultados encontrados no ftool do elemento estrutural em estudo e realizado o dimensionamento pela norma e pelo métodos de bielas e tirantes.

### 4.1 VIGA EXEMPLO BI-APOIADA PELO METODO DE BIELAS E TIRANTES

Será analisada uma viga de dimensão 20x115 com  $f_{ck} = 25Mpa$ , apoiada à esquerda em um pilar de 20x20 e apoiada à direita em um pilar de 20x20, com carregamento uniforme. A figura 18 mostra análise estática da viga, a figura 19 o modelo de bielas e tirantes considerado, a figura 20 o diagrama de momentos fletores corrigido.

**Figura 18 – Detalhe das condições de contorno, diagrama da força cortante e diagrama de momento fletor da viga exemplo**



Fonte: PRÓPRIOS AUTORES, 2020

- Verificação de parâmetros de cálculo

$$\alpha_{v2} = 1 - \frac{f_{ck}}{250}$$

$$\alpha_{v2} = 1 - \frac{25}{250}$$

$$\alpha_{v2} = 0,9$$

$$f_{cd1} = 0,85 * \alpha_{v2} * f_{cd}$$

$$f_{cd1} = 0,85 * 0,9 * \frac{25000}{1,4}$$

$$f_{cd1} = 13661 \text{ kN/m}^2$$

$$f_{cd2} = 0,60 * \alpha_{v2} * f_{cd}$$

$$f_{cd2} = 0,60 * 0,9 * \frac{25000}{1,4}$$

$$f_{cd2} = 9642,85 \text{ kN/m}^2$$

$$f_{cd3} = 0,72 * \alpha_{v2} * f_{cd}$$

$$f_{cd3} = 0,72 * 0,9 * \frac{25000}{1,4}$$

$$f_{cd3} = 11571,43 \text{ kN/m}^2$$

- Para a definição da profundidade do bloco comprimido  $x$  e do braço de alavanca  $z$  da seção mais solicitada a flexão seguem-se.

$$x = d - \sqrt{d^2 - \frac{2 * M_{sd}}{b * f_{cd1}}}$$

$$x = 1,10 - \sqrt{1,10^2 - \frac{2 * 90 * 1,4}{0,2 * 13661}}$$

$$x = 0,04 \text{ m}$$

$$z = d - \frac{x}{2}$$

$$z = 1,10 - \frac{0,04}{2}$$

$$z = 1 \text{ m}$$

- Força nos nós centrais

$$F_c = Q \cdot w$$

$$F_c = 20 * 1$$

$$F_c = 20kN$$

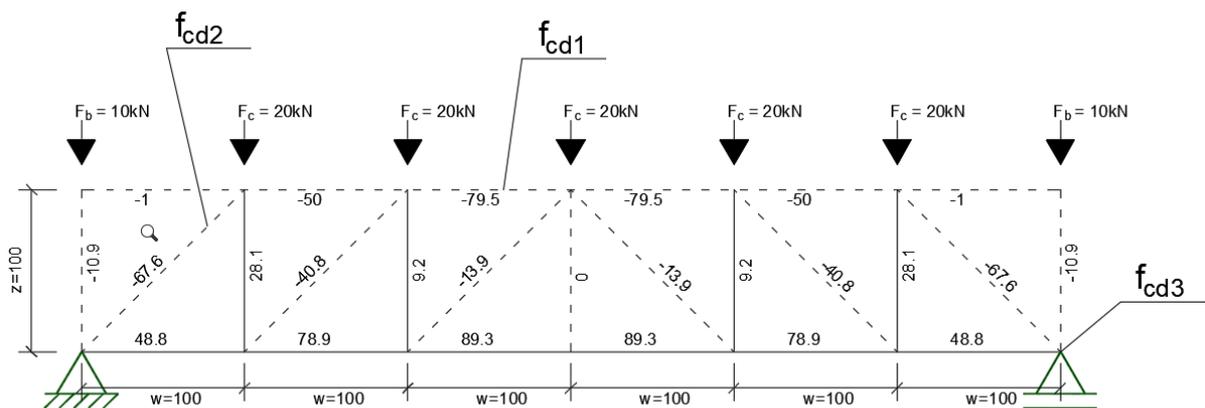
- Força nos nós de borda

$$F_b = Q \cdot \frac{w}{2}$$

$$F_b = 20 \cdot \frac{1}{2}$$

$$F_b = 10kN$$

Figura 19 – Detalhe do modelo de bielas e tirantes da viga



Fonte: PRÓPRIOS AUTORES, 2020

- Verificação das bielas nos apoios

$$\sigma_{cd3} = \frac{\text{Reação}}{A_{\text{apoio}}} \leq f_{cd3}$$

$$\sigma_{cd3} = \frac{60 * 1,4}{0,2 * 0,2} \leq 11571,43 \text{ kN/m}^2$$

$$\sigma_{cd3} = 2100 \text{ kN/m}^2 \leq 11571,43 \text{ kN/m}^2 \quad (\text{OK})$$

- Verificação da biela diagonal

$$V_{rd2} = 0,54 * \alpha_{v2} * f_{cd} * b_w * d * \text{sen}^2 \theta * (\text{cotg} \alpha + \text{cotg} \theta)$$

$$V_{rd2} = 0,54 * 0,9 * 17857,14 * 0,2 * 1,1 * \text{sen}^2 45 * (\text{cotg} 90 + \text{cotg} 45)$$

$$V_{rd2} = 0,54 * 0,9 * 17857,14 * 0,2 * 1,1 * 0,5 * (0 + 1)$$

$$V_{rd2} = 954,67 \text{ kN}$$

$$V_{sd} = 1,4 * V_d \leq V_{rd2}$$

$$V_{sd} = 1,4 * 60 \leq 954,67 \text{ kN}$$

$$V_{sd} = 84 \text{ kN} \leq 954,67 \text{ kN}$$

- Armadura de pele

$$A_{s \text{ pele}} = 0,10\% * b_w * h$$

$$A_{s \text{ pele}} = 0,10\% * 20 * 115$$

$$A_{s \text{ pele}} = \frac{2,3 \text{ cm}^2}{\text{face}} \rightarrow 2 \times 8 \emptyset 6,3 \text{ (} 2,52 \text{ cm}^2 \text{)}$$

- Armadura positiva

$$A_{s, \text{min}} = \rho_{\text{min}} * b * h$$

$$A_{s, \text{min}} = \frac{0,150}{100} * 20 * 115$$

$$A_{s, \text{min}} = 3,45 \text{ cm}^2$$

$$A_s = \frac{T_d}{f_{yd}}$$

$$A_s = \frac{1,4 * 90}{50/1,15}$$

$$A_s = 2,898cm^2 \rightarrow 3,45cm^2 \rightarrow 2\emptyset 16(4,00cm^2)$$

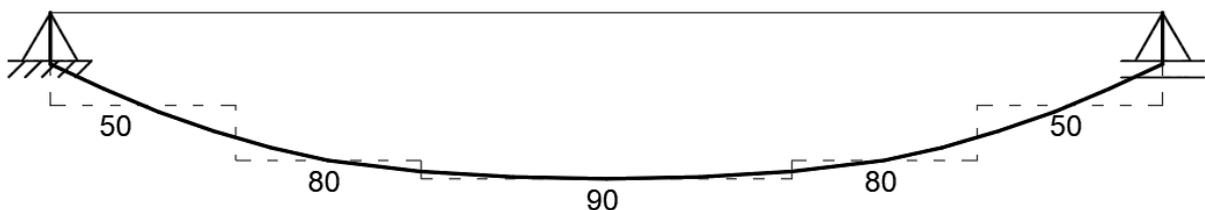
- Armadura transversal

$$\frac{A_{sw}}{s} = \frac{V_{sd}}{z * \cot\theta * f_{yd}}$$

$$\frac{A_{sw}}{s} = \frac{1,4 * 60}{1 * 1 * 50/1,15}$$

$$\frac{A_{sw}}{s} = 1,932cm^2 \rightarrow \emptyset 5c19(2,07cm^2/m)$$

**Figura 20 – Diagrama de momentos fletores corrigido em linha cheia e de tração na treliça discreta em linha tracejada**



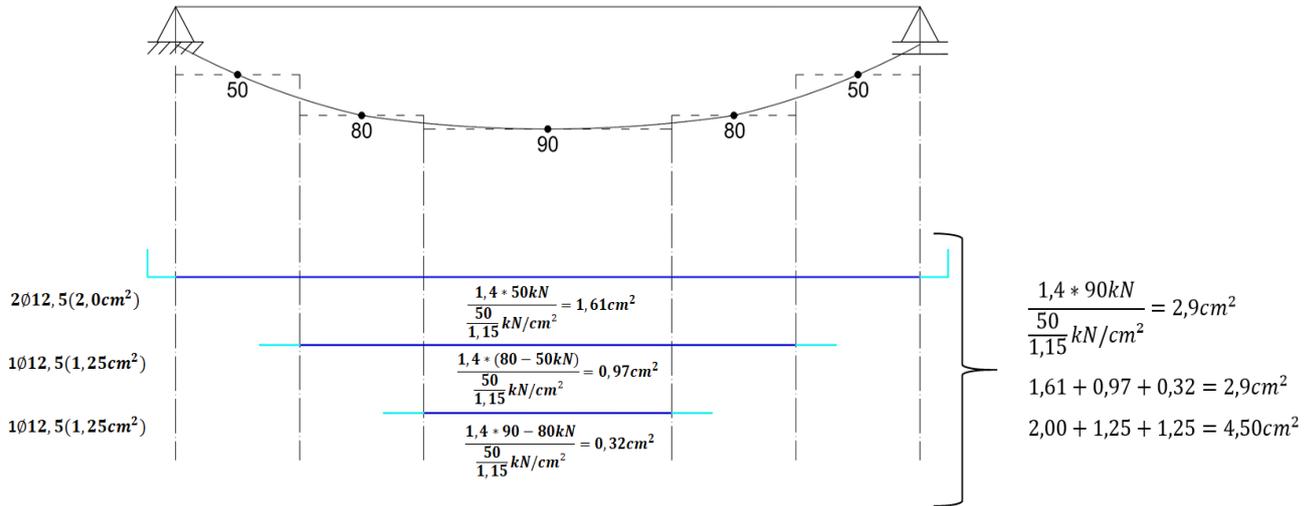
Fonte: PRÓPRIOS AUTORES, 2020

#### 4.1.1 Detalhamento

Dimensionadas as armaduras necessárias de uma viga de concreto armado, é necessário realizar o detalhamento dessas armaduras, como principal finalidade facilitar a montagem e execução da peça estrutural. Garantindo a disposição do aço que atenda aos requisitos normativos, de maneira que a peça tenha um desenvolvimento estrutural com segurança, além de visar uma economia do consumo de armaduras passivas.

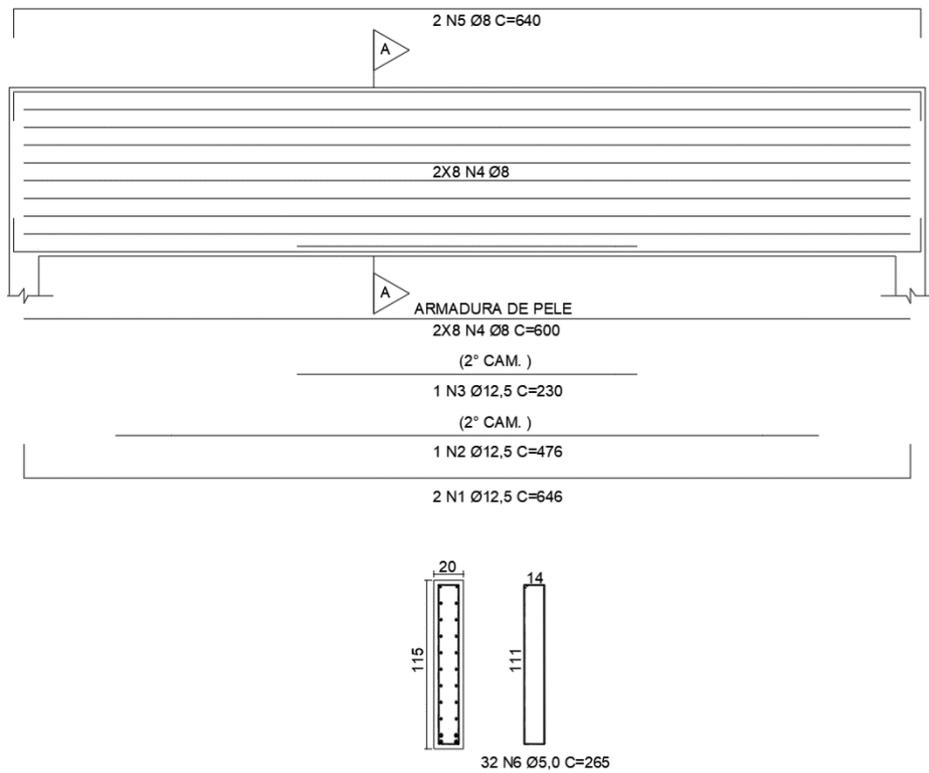
Na figura 21 é mostrada a decalagem e na figura 22 detalhamentos da viga exemplo do item 4.1.

**Figura 21 – Decalagem da viga exemplo item 4.1**



Fonte: PRÓPRIOS AUTORES, 2020.

**Figura 22 – Detalhamento de viga exemplo**



Fonte: PRÓPRIOS AUTORES, 2020

## 4.2 VIGA EXEMPLO BI-APOIADA PELO MÉTODO DA NORMA

Para esse modelo será analisada a mesma viga do exemplo anterior 4.1 com dimensão 20x115 com  $f_{ck} = 25Mpa$ , apoiada à esquerda em um pilar de 20x20 e apoiada à direita em um pilar de 20x20, com carregamento uniforme.

Dados da viga:

$$M_k = 90kN.m \rightarrow M_d = 90 * 1,4 = 126kN.m \rightarrow 12600kN.cm$$

$$C25 = 25Mpa \rightarrow 2,5kN/cm^2$$

$$CA50 = 50Mpa \rightarrow 50kN/cm^2$$

$$Cobrimento = 30mm$$

$$x = 1,25 * d \left[ 1 - \sqrt{1 - \frac{M_{sd}}{0,425 * f_{cd} * bw * d^2}} \right]$$

$$x = 1,25 * 110 \left[ 1 - \sqrt{1 - \frac{12600}{0,425 * \frac{2,5}{1,4} * 20 * 110^2}} \right]$$

$$x = 4,80cm$$

$$x \leq x_{23}$$

$$4,80 \leq 0,259 * d$$

$$4,80 \leq 0,259 * 110$$

$$4,80cm \leq 28,49cm$$

$$z = d - 0,4x$$

$$z = 110 - 0,4 * 4,8$$

$$z = 108,08cm$$

- Armadura positiva

$$A_{s,min} = \rho_{min} * b * h$$

$$A_{s,min} = \frac{0,150}{100} * 20 * 115$$

$$A_{s,min} = 3,45cm^2$$

$$A_s = \frac{M_d}{f_{yd} * z}$$

$$A_s = \frac{12600}{108,08 * \frac{50}{1,15}}$$

$$A_s = 2,66cm^2 \rightarrow 3,45cm^2 \rightarrow 2\emptyset 16(4,00cm^2)$$

- Armadura transversal

$$V_{rd2} = 0,27 * \alpha_v * f_{cd} * bw * d$$

$$V_{rd2} = 0,27 * \left(1 - \frac{25}{250}\right) * \frac{2,5}{1,4} * 20 * 110$$

$$V_{rd2} = 954,64kN$$

$$V_{sd} = 1,4 * V_k$$

$$V_{sd} = 1,4 * 60$$

$$V_{sd} = 84kN$$

$$A_{sw,min} = bw * \rho_{sw,min}$$

$$A_{sw,min} = 20 * 0,10$$

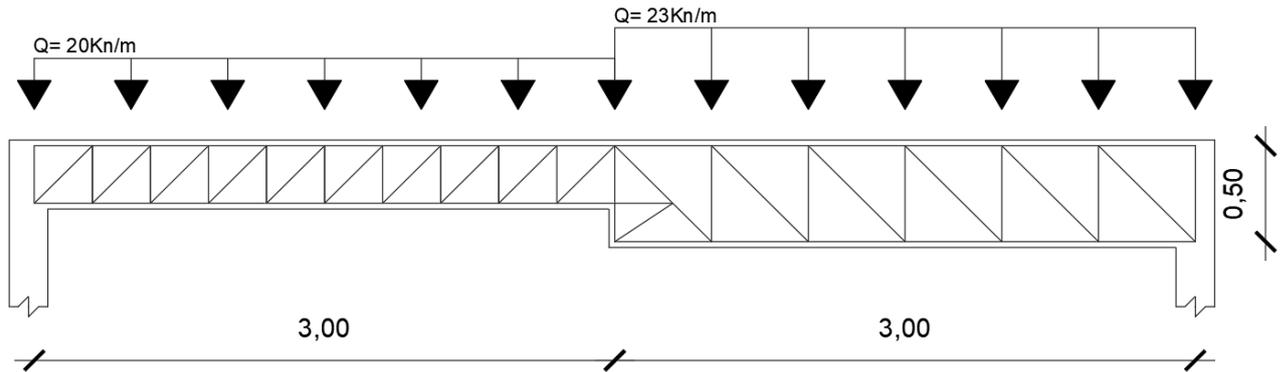
$$A_{sw,min} = 2,0cm^2/m \rightarrow \emptyset 5,0c/19(2,07cm^2/m)$$

#### 4.3 VIGA EXEMPLO COM VARIAÇÃO DE ALTURA NO MEIO DO VÃO PELO METODO DE BIELAS E TIRANTES

Para essa análise de viga com variação de seção, onde trecho A possui 20x40 e o trecho B 20x60 serão adotados os carregamentos e solicitações de extremidades conforme apresentados na figura 23.

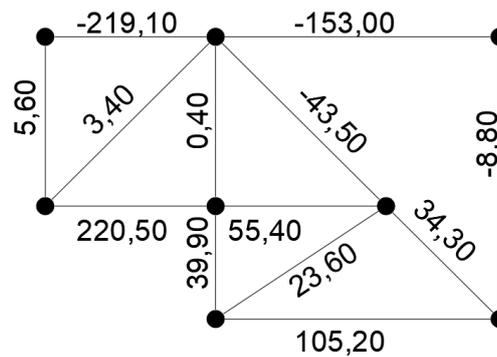
Para esta viga serão analisados somente as solicitações no contorno da variação de seção, visto que o restante da viga pode ser dimensionado da forma usual conforme apresentado no item 4.1. As solicitações na região de variação de seção são apresentadas na figura 24.

**Figura 23 – Modelo de bielas e tirantes da viga exemplo com variação de altura no meio do vão**



Fonte: PRÓPRIOS AUTORES, 2020.

**Figura 24 – Detalhe das forças no contorno da variação de altura**



Fonte: PRÓPRIOS AUTORES, 2020.

- Armadura longitudinal na altura menor

$$A_s = \frac{T_d}{f_{yd}}$$

$$A_s = \frac{1,4 * 220,5}{50/1,15} = 7,10cm^3 \rightarrow 4\emptyset 16(8,04cm^2)$$

- Armadura longitudinal na altura maior

$$A_s = \frac{T_d}{f_{yd}}$$

$$A_s = \frac{1,4 * 105,2}{50/1,15} = 3,38cm^3 \rightarrow 3\emptyset 12,5(3,69cm^2)$$

- Armadura transversal na transição entre as diferentes sessões

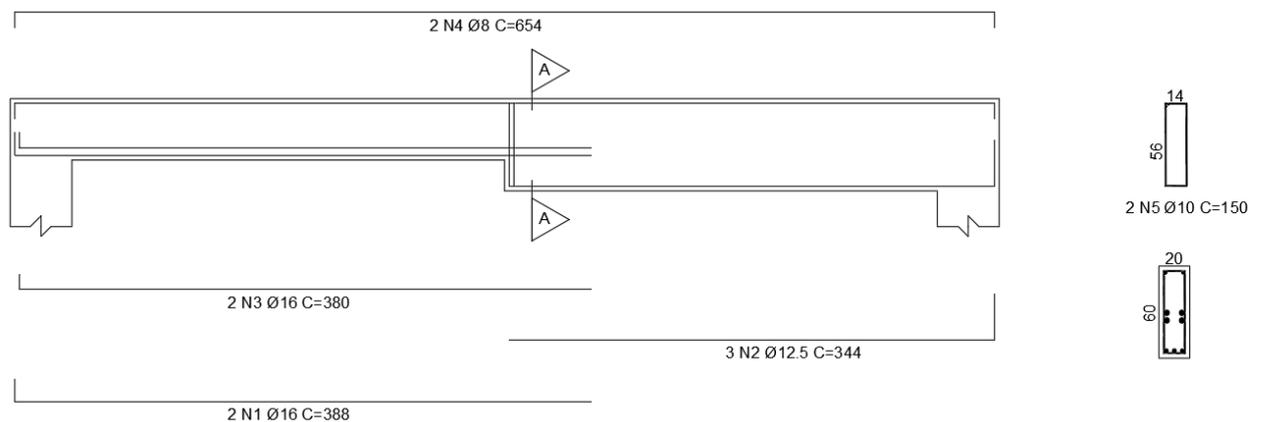
$$A_s = \frac{T_d}{f_{yd}}$$

$$A_s = \frac{1,4 * 39,90}{50/1,15} = 1,28cm^3 \rightarrow 2\emptyset 10(1,56cm^2)$$

#### 4.3.1 Detalhamento

Na figura 25 é mostrada o detalhamento da viga exemplo 4.2.

**Figura 25 – Detalhamento viga exemplo**



Fonte: PRÓPRIOS AUTORES, 2020

#### 4.4 VIGA EXEMPLO COM VARIAÇÃO DE ALTURA NO MEIO DO VÃO PELO METODO DA NORMA

Para esse modelo será analisada a mesma viga do exemplo anterior 4.3, onde o trecho A possui 20x40 e o trecho B 20x60.

$$x_A = 1,25 * d \left[ 1 - \sqrt{1 - \frac{M_{sd}}{0,425 * f_{cd} * bw * d^2}} \right]$$

$$x_A = 1,25 * 36 \left[ 1 - \sqrt{1 - \frac{13566}{0,425 * \frac{2,5}{1,4} * 20 * 36^2}} \right]$$

$$x_A = 20cm$$

$$x_B = 1,25 * d \left[ 1 - \sqrt{1 - \frac{M_{sd}}{0,425 * f_{cd} * bw * d^2}} \right]$$

$$x_B = 1,25 * 56 \left[ 1 - \sqrt{1 - \frac{13566}{0,425 * \frac{2,5}{1,4} * 20 * 56^2}} \right]$$

$$x_B = 10,80cm$$

$$x_A \leq x_{32}$$

$$20 \leq 0,6283 * 36$$

$$20 \leq 0,6283 * 36$$

$$20,0cm \leq 22,62cm$$

$$x_B \leq x_{32}$$

$$10,80 \leq 0,6283 * 56$$

$$10,80\text{cm} \leq 35,18\text{cm}$$

$$z_A = d - 0,4x$$

$$z_A = 36 - 0,4 * 20$$

$$z_A = 28\text{cm}$$

$$z_B = d - 0,4x$$

$$z_B = 56 - 0,4 * 10,80$$

$$z_B = 51,68\text{cm}$$

- Armadura longitudinal na altura menor

$$A_s = \frac{M_d}{f_{yd} * z_A}$$

$$A_s = \frac{13566}{28 * \frac{50}{1,15}}$$

$$A_s = 11,14\text{cm}^2 \rightarrow 6\emptyset 16(12,06\text{cm}^2)$$

- Armadura longitudinal na altura maior

$$A_s = \frac{M_d}{f_{yd} * z_A}$$

$$A_s = \frac{13566}{51,68 * \frac{50}{1,15}}$$

$$A_s = 6,03\text{cm}^2 \rightarrow 3\emptyset 16(6,03\text{cm}^2)$$

## 5 ANÁLISE DE RESULTADOS

Tendo em vista os modelos de dimensionamentos de vigas em concreto armado apresentados no capítulo 2.2, foram considerados para estudos de caso o método de dimensionamento convencional baseado na ABNT NBR 6118 – Projetos de Estruturas de Concreto, onde são estabelecidas exigências e recomendações referentes a cada etapa do dimensionamento dos projetos, e enfoque pelo método de bielas e tirantes onde efetuamos uma análise de maneira sistêmica do modelo de viga e comparamos seus respectivos resultados.

Para a primeira análise realizada, foi adotado um modelo de viga biapoiada, com carga distribuída uniformemente. Foi notado que a resolução realizada pelo método convencional baseado na ABNT NBR 6118 no item 4.2 obteve uma área de aço solicitada ( $A_s$ ) menor que o realizado pelo método de bielas e tirantes conforme realizado no item 4.1.

A aplicação do método de bielas e tirantes na primeira análise, não foi a solução mais simples e nem foi a mais econômica, porém nota-se que pelo modelo de bielas e tirantes tem-se uma visualização melhor de como se comporta as forças dentro de um elemento estrutural e para estruturas com descontinuidades podem-se obter melhores resultados.

Na segunda análise realizada, na comparação de dimensionamento de vigas pelo métodos de bielas e tirantes e pelo método convencional, foi adotado uma viga bi apoiada com variação na seção transversal, conforme item 4.3 e item 4.4. Foi notado que nessa ocasião exclusiva de uma viga com variação de seção o método de biela e tirante foi mais econômico, obtendo uma área de aço solicitada ( $A_s$ ) menor, na altura maior e altura menor.

A realização da segunda análise pelo método de bielas e tirantes não foi a solução mais simples, porém foi a mais econômica, isso se deve a eficiência em dimensionamentos elementos estruturais descontínuos.

Deve-se levar em consideração que a compreensão de diversos métodos de dimensionamento permite ao engenheiro criar um senso crítico permitindo aperfeiçoar-se em análise de estruturas compreendendo o comportamento da mesma em todas as possíveis variáveis. Cada método tem suas particularidades e princípios abordando caminhos de calculo

diferentes permitindo uma visão ampla do processo de distribuição das forças e facilitando o dimensionamento.

## 6 CONCLUSÃO

O avanço tecnológico permitiu o desenvolvimento de softwares que facilitam o cotidiano do engenheiro calculista. Tais softwares facilitam o processo de cálculo realizando as verificações, dimensionamento e detalhamento de forma automática. Com isso o papel do engenheiro, para muitos, passou a ser de informar as características de projeto ao software e receber o projeto pronto. Tal pensamento tornou-se um risco a sociedade onde no lugar de bons engenheiros temos bons técnicos computacionais que se profissionalizam em um determinado software. Além disso o número de erros de projetos aumentou consideravelmente ao longo dos anos.

É importante que antes de ir para um programa de calculo o engenheiro realize os cálculos e dimensionamentos de forma manual compreendendo cada etapa criando um senso de análise e crítica. Conhecer diversos métodos de dimensionamento permite conhecer os diversos caminhos distintos para compreender a dinâmica de dimensionamento. Com esse senso crítico a análise computacional passa a ser uma importante ferramenta na mão do engenheiro permitindo análises, verificar necessidades extras ao dimensionamento e otimizando o projeto evitando futuras falhas de projeto e retrabalho na execução.

Um dos métodos pouco utilizados é o método da bielas e tirantes, que consiste em generalizar a analogia da treliça clássica para todas as regiões de qualquer estrutura, com base no Teorema do Limite Inferior da Teoria da Plasticidade. Os modelos são idealizados observando-se a trajetória das forças na estrutura. Apresenta como uma de suas vantagens a generalidade, ou seja, é capaz de representar, de modo aproximado, porém realista e sistemático, grande parte dos elementos de concreto estrutural da atualidade. Além disso, permite ao engenheiro fácil visualização físico-intuitiva do comportamento do concreto estrutural. Por outro lado, o modelo ainda tem um enorme potencial não aproveitado (SANTOS, 2006)

Dessa forma o presente trabalho apresentou de forma simples o processo de dimensionamento pelo método de bielas e tirantes com o objetivo de iniciar os estudos do modelo a nível de graduação, instigando futuros engenheiros no conhecimento de novas técnicas. Observou-se que o método, apesar de apresentar um elevado grau de dificuldade no início devido a constituição da treliça, apresenta um calculo simples e uma compreensão do

caminho das forças e compreensão das regiões de tração e compressão permitindo entender o passo a passo do dimensionamento da estrutura. Apresentou resultados próximos aos resultados obtidos pelo método convencional apresentado na NBR 6118/2014 demonstrando sua eficiência e justificando seu uso em diversas estruturas.

Fica como sugestão o uso do método para o dimensionamento de vigas com furo sendo este dimensionamento pouco usual no contexto de aprendizado nas universidades. Sugere-se também realizar um dimensionamento de um edifício de pequeno porte comparando a sua eficiência comparando com projetos realizados usando softwares do mercado.

## REFERENCIAS

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 6118 – Projeto de Estruturas de Concreto – Procedimento. ABNT: Rio de Janeiro, 2007

ADÃO, Francisco Xavier.; HEMERLY, Adriano. Chequetto. **Concreto Armado – Novo Milênio Cálculo Prático e Econômico**. 2 ed. Interciência: Rio de Janeiro, 2010.

AGUIAR, Caio César. *Dimensionamento de estruturas especiais de concreto armado pelo método de bielas e tirantes*. Escola Politécnica da Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2018.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS (2014). NBR 6118:2014 – *Projeto de estruturas de concreto – procedimento*. Rio de Janeiro.

BASTOS, Paulo Sérgio dos Santos. Fundamentos do concreto armado. Universidade Estadual Paulista. Bauru, 2019.

BASTOS, Paulo Sérgio dos Santos. Fundamentos do concreto armado. Universidade Estadual Paulista. Bauru, 2006.

BORGES, Alberto Nogueira. Curso prático de cálculo em concreto armado: projetos de edifícios. Rio de Janeiro: Imperial Novo Milênio, 2010.

CLÍMACO, João Carlos Teatini de Souza. Estruturas de concreto armado: Fundamentos de projeto, dimensionamento e verificação. 2. ed., rev. Brasília: Editora Universidade de Brasília, 2013.

DOS SANTOS, Daniel, GIONGO, José Samuel. *Análise de vigas de concreto armado utilizando modelos de bielas e tirantes*. Universidade de Taubaté, São Paulo, 2006.

MUNHOZ, F. S. **Análise experimental e numérica de blocos rígidos sobre duas estacas com pilares de seções quadradas e retangulares e diferentes taxas de armadura**. 357 f. Tese (Doutorado em Engenharia Civil) — Escola de Engenharia de São Carlos da Universidade de São Paulo, 2014.

PORTO, Thiago Bomjardim; FERNANDES, Danielle Stefane Gualberto. Curso básico de concreto armado: conforme NBR 6118/2014. Oficina de Textos: São Paulo, 2015.

REBELO, Y. C. P. A concepção estrutural e a arquitetura. 1 ed. São Paulo : Zigurate, 2000.

SANTOS, DANIEL. **Análise de vigas de concreto armado utilizando modelos de bielas e tirantes.** Escola de engenharia de São Carlos da Universidade de São Paulo, 2006.

SANTOS, F. D. **Análise limite e projeto ótimo de vigas em concreto armado.** 167 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Estruturas) — Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, 2003.

SANTOS, Paulo Reiser dos. Análise e cálculo de elementos estruturais em concreto armado de um edifício residencial. Trabalho de Conclusão de Curso. Universidade Federal de Santa Catarina. Florianópolis, 2014.

SOUZA, R. A. **Concreto estrutural:** análise e dimensionamento de elementos com descontinuidade. 379 f. Tese (Doutorado em Engenharia) — Escola politécnica da universidade de São Paulo, 2004.

## 7 APÊNDICE

**APÊNDICE A – RESULTADO NUMÉRICO DA PESQUISA REALIZADA SOBRE DIMENSIONAMENTO DA ARMADURAS LONGITUDINAIS EM VIGAS**

<b>ANÁLISE DE RESULTADOS</b>		
<b>ESTUDO DE CASO</b>	<b>MÉTODO</b>	<b>ÁREA DE AÇO BARRAS LONGITUDINAIS</b>
<b>8.1</b>	<b>BIELAS E TIRANTES</b>	$As=2,898cm^2 \rightarrow 3,45cm^2 \rightarrow 2\emptyset 16(4,00cm^2)$
<b>8.2</b>	<b>NORMA</b>	$As=2,66cm^2 \rightarrow 3,45cm^2 \rightarrow 2\emptyset 16(4,00cm^2)$
<b>9.1</b>	<b>BIELAS E TIRANTES</b>	$As,menor=7,10cm^2 \rightarrow 4\emptyset 16(8,04cm^2)$ $As,maior=3,38cm^2 \rightarrow 3\emptyset 12,5(3,69cm^2)$
<b>9.2</b>	<b>NORMA</b>	$As,menor=11,14cm^2 \rightarrow 6\emptyset 16(12,06cm^2)$ $As,maior=6,03cm^2 \rightarrow 3\emptyset 16(6,03cm^2)$