



**Material Didático do Curso de
Engenharia Mecânica da
UniEVANGÉLICA**

Disciplina: Uso da trigonometria nas Engenharias

Docentes: Cláudia Gomes de O. dos Santos

Haydeé Lisboa Vieira Machado

Volume 01, 2018

Centro Universitário de Anápolis - UniEVANGÉLICA

Associação Educativa Evangélica

Conselho de Administração

Presidente – Ernei de oliveira Pina

1º Vice-Presidente – Cicílio Alves de Moraes

2º Vice-Presidente – Ivan Gonçalves da Rocha

1º Secretário – Geraldo Henrique Ferreira Espíndola

2º Secretário – Francisco Barbosa de Alencar

1º Tesoureiro – Augusto César da Rocha Ventura

2º Tesoureiro – Djalma Maciel Lima

Centro Universitário de Anápolis

Chanceler – Ernei de Oliveira Pina

Reitor – Carlos Hassel Mendes da Silva

Pró-Reitor Acadêmico - Cristiane Martins Rodrigues Bernardes

Pró-Reitor de Pós-Graduação, Pesquisa, Extensão e Ação Comunitária - Sandro Dutra e Silva

Coordenadora da Pesquisa e Inovação - Bruno Junior Neves

Coordenador de Extensão e Ação Comunitária - Fábio Fernandes Rodrigues

Equipe Editorial

Diretor - Hélio de Souza Queiroz

Coordenador de Pesquisa – Rosemberg Fortes Nunes Rodrigues

Coordenador Pedagógico - Wilson de Paula e Silva

Coordenador de Planejamento e Inovação - Ricardo Wobeto

Coordenador de Laboratórios e de Atividades de Extensão - Sérgio Mateus Brandão

Coordenador de Estágio Supervisionado - Marcio José Dias

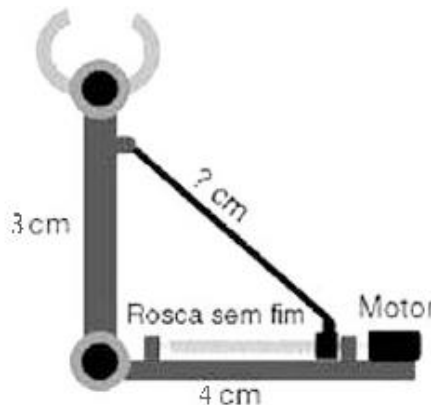
Projetar robôs sem usar cálculos é igual a ir a um lugar onde você nunca foi sem usar mapas ou perguntar a alguém como chegar, ou seja, se acertar na primeira será por acaso.

Pode parecer massacrante aprender trigonometria, principalmente quando nos ensinam diversas fórmulas para que apenas possamos memorizá-las para um dia aplicarmos na prova. No entanto, dependendo do que escolhermos como profissão isso poderá ser útil, principalmente para quem deseja ingressar na área tecnológica, na qual o cálculo é o alicerce de qualquer projeto, mesmo para uma simples regra de três, eles são fundamentalmente necessários.

Veremos a seguir, alguns casos do uso da trigonometria no desenvolvimento e construção de robôs.

1ª situação: Movendo um braço robótico com aplicação do teorema de Pitágoras.

Imagine a seguinte situação: Você tem um braço robótico, e o seu acionamento é feito com eixo de rosca sem fim, conforme mostra o desenho. Atente-se que a dobra do braço mecânico, a haste que puxa o braço, e o eixo da rosca sem fim formam um triângulo. E quando totalmente puxado trata-se de um triângulo retângulo (um dos ângulos tem 90°).



O braço robótico

Sabe-se que da dobra do braço até o parafuso temos 3 cm, e o eixo da rosca sem fim tem 4 cm no seu limite final. Porém, qual será o tamanho da haste que irá puxar o braço mecânico?

Nesse momento aparece a trigonometria, usando o Teorema de Pitágoras para descobrir o tamanho da haste. Sendo assim:

$$\text{Haste}^2 = \text{braço}^2 + \text{rosca sem fim}^2$$

$$\text{Haste}^2 = 3^2 + 4^2$$

$$\text{Haste}^2 = 9 + 16$$

$$\text{Haste}^2 = 25$$

$$\text{Haste}^2 = \sqrt{25}$$

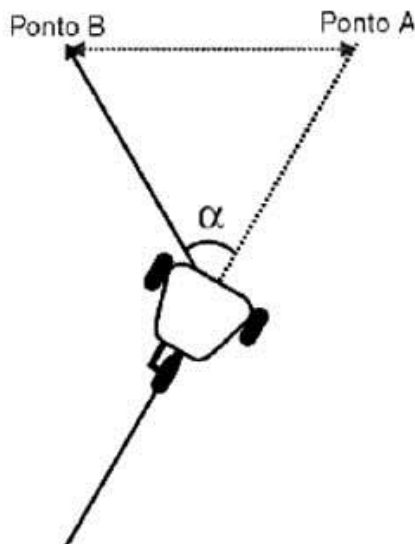
$$\therefore \text{Haste} = 5 \text{ cm}$$

Com isso, terá todas as dimensões necessárias para a construção do braço robótico e o seu funcionamento exato.

2ª situação: Cálculo da trajetória do robô usando Seno, Cosseno e Tangente.

Imagine um robô que possui em sua central de processamento um programa que controla os motores e servomotores. Conforme o mapa foi configurado em sua memória ele faz a sua trajetória, porém ao surgir um obstáculo ou uma mudança de planos faz com que ele altere o seu destino final. Com isso, quantos graus o robô terá que mudar a sua trajetória para alcançar o destino B ao invés do A, sendo que o ponto B está à mesma distância que o ponto A?

Na figura a seguir, temos uma ilustração que mostra bem essa cena; observe que o robô estava indo para o ponto A quando, devido alguma ocasião ele refez a rota para o ponto B. Para que isso ocorra deve-se mandar o servo rotacionar uma quantidade determinada de graus para que o robô tome a direção correta até o ponto B, mas quantos graus?



Plano de trajetória do robô

Para a realização deste cálculo, precisamos coletar os dados necessários para efetuar a resolução. O primeiro é saber a distância entre o ponto onde está o robô e o ponto A, a segunda informação seria a distância entre o ponto A e o ponto B, ou do ponto onde o robô se encontra até o ponto B. Partindo do princípio que temos a distância entre o ponto A e o ponto B. Então temos os seguintes dados:

- Distância entre o ponto A (ponto atual) e o ponto A = 1 m.
- Distância entre o ponto A até o ponto B = 1 m.

Para auxílio no cálculo, traçamos uma reta perpendicular à distância do ponto A e o B, de maneira que tenhamos dois triângulos retângulos.

Vamos dar atenção à reta até o ponto A, pois sabemos a distância: como a reta perpendicular passou no meio da distância entre o ponto A e B, que sabemos ter 1 m de distância, temos 50 cm na reta oposta ao ângulo que pretende-se descobrir.

Como sabe-se duas das medidas do triângulo podemos aplicar novamente a teoria de Pitágoras, onde:

O USO DA TRIGONOMETRIA NA ENGENHARIA MECÂNICA - ROBÓTICA

- a distância do ponto atual ao ponto A é a hipotenusa;
 - a distância do ponto A ao ponto D é o cateto oposto;
 - a reta perpendicular, do ponto atual ao ponto D é o cateto adjacente ao ângulo;
- Logo, efetuando as contas temos:

$$1^2 = 0,5^2 + \text{Cateto Adjacente}^2$$

$$1 = 0,25 + \text{Cateto Adjacente}^2$$

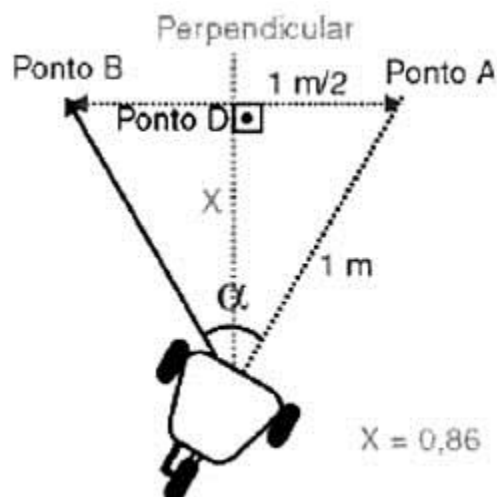
$$1 - 0,25 = \text{Cateto Adjacente}^2$$

$$0,75 = \text{Cateto Adjacente}^2$$

$$\text{Cateto Adjacente} = \sqrt{0,75}$$

$$\text{Cateto Adjacente} = 0,86$$

Descobrimos assim, a distância entre o ponto atual e o ponto D. Porém, qual a finalidade dessa descoberta? Fica mais fácil de acharmos o ângulo baseado em um triângulo retângulo.



Traçando a reta perpendicular

Logo, com todos os resultados e medidas em mãos, temos condições de encontrar os graus correspondentes, aplicando corretamente os cálculos do seno, cosseno e tangente.

$$\text{Seno} = \frac{CO}{hip}$$

$$\text{Cosseno} = \frac{CA}{hip}$$

$$\text{Tangente} = \frac{CO}{CA}$$

Onde:

- CO = Cateto Oposto - CA = Cateto Adjacente - hip = Hipotenusa

Pegando os exemplos e medidas acima, vamos achar o seno de $\frac{\alpha}{2}$:

$$\text{Seno} = \frac{CO}{hip} \rightarrow \text{Seno} = \frac{0,5}{1} \quad \text{Seno} = 0,5$$

Agora, calculando a tangente deste mesmo ângulo, temos que:

$$\text{Tangente} = \frac{CO}{CA} \rightarrow \text{Tangente} = \frac{0,5}{0,86} \rightarrow \text{Tangente} \cong 0,58$$

O USO DA TRIGONOMETRIA NA ENGENHARIA MECÂNICA - ROBÓTICA

Logo temos um valor aproximado de 0,58, no qual teremos também, este mesmo valor na tabela a seguir:

Ângulo	Senos	Cossenos	Tangente	Ângulo	Senos	Cossenos	Tangente
1°	0,0175	0,9998	0,0175	46°	0,7193	0,6947	1,0355
2°	0,0349	0,9994	0,0349	47°	0,7314	0,6820	1,0724
3°	0,0523	0,9986	0,0524	48°	0,7431	0,6691	1,1106
4°	0,0698	0,9976	0,0699	49°	0,7547	0,6561	1,1504
5°	0,0872	0,9962	0,0875	50°	0,7660	0,6428	1,1918
6°	0,1045	0,9945	0,1051	51°	0,7771	0,6293	1,2349
7°	0,1219	0,9925	0,1228	52°	0,7880	0,6157	1,2799
8°	0,1392	0,9903	0,1405	53°	0,7986	0,6018	1,3270
9°	0,1564	0,9877	0,1584	54°	0,8090	0,5878	1,3764
10°	0,1736	0,9848	0,1763	55°	0,8192	0,5736	1,4281
11°	0,1908	0,9816	0,1944	56°	0,8290	0,5592	1,4826
12°	0,2079	0,9781	0,2126	57°	0,8387	0,5446	1,5399
13°	0,2250	0,9744	0,2309	58°	0,8480	0,5299	1,6003
14°	0,2419	0,9703	0,2493	59°	0,8572	0,5150	1,6643
15°	0,2588	0,9659	0,2679	60°	0,8660	0,5000	1,7321
16°	0,2756	0,9613	0,2867	61°	0,8746	0,4848	1,8040
17°	0,2924	0,9563	0,3057	62°	0,8829	0,4695	1,8807
18°	0,3090	0,9511	0,3249	63°	0,8910	0,4540	1,9626
19°	0,3256	0,9455	0,3443	64°	0,8988	0,4384	2,0503
20°	0,3420	0,9397	0,3640	65°	0,9063	0,4226	2,1445
21°	0,3584	0,9336	0,3839	66°	0,9135	0,4067	2,2460
22°	0,3746	0,9272	0,4040	67°	0,9205	0,3907	2,3559
23°	0,3907	0,9205	0,4245	68°	0,9272	0,3746	2,4751
24°	0,4067	0,9135	0,4452	69°	0,9336	0,3584	2,6051
25°	0,4226	0,9063	0,4663	70°	0,9397	0,3420	2,7475
26°	0,4384	0,8988	0,4877	71°	0,9455	0,3256	2,9042
27°	0,4540	0,8910	0,5095	72°	0,9511	0,3090	3,0777
28°	0,4695	0,8829	0,5317	73°	0,9563	0,2924	3,2709
29°	0,4848	0,8746	0,5543	74°	0,9613	0,2756	3,4874
30°	0,5000	0,8660	0,5774	75°	0,9659	0,2588	3,7321
31°	0,5150	0,8572	0,6009	76°	0,9703	0,2419	4,0108
32°	0,5299	0,8480	0,6249	77°	0,9744	0,2250	4,3315
33°	0,5446	0,8387	0,6494	78°	0,9781	0,2079	4,7046
34°	0,5592	0,8290	0,6745	79°	0,9816	0,1908	5,1446
35°	0,5736	0,8192	0,7002	80°	0,9848	0,1736	5,6713
36°	0,5878	0,8090	0,7265	81°	0,9877	0,1564	6,3138
37°	0,6018	0,7986	0,7536	82°	0,9903	0,1392	7,1154
38°	0,6157	0,7880	0,7813	83°	0,9925	0,1219	8,1443
39°	0,6293	0,7771	0,8098	84°	0,9945	0,1045	9,5144
40°	0,6428	0,7660	0,8391	85°	0,9962	0,0872	11,4301
41°	0,6561	0,7547	0,8693	86°	0,9976	0,0698	14,3007
42°	0,6691	0,7431	0,9004	87°	0,9986	0,0523	19,0811
43°	0,6820	0,7314	0,9325	88°	0,9994	0,0349	28,6363
44°	0,6947	0,7193	0,9657	89°	0,9998	0,0175	57,2900
45°	0,7071	0,7071	1	90°	1	0	-----

O USO DA TRIGONOMETRIA NA ENGENHARIA MECÂNICA - ROBÓTICA

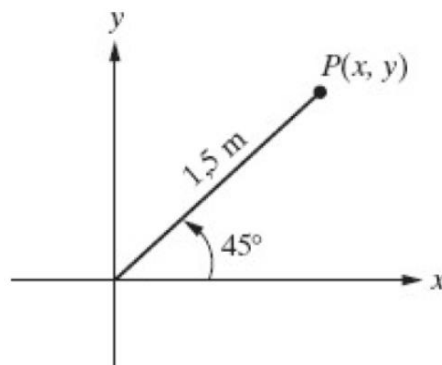
➤ Considerações Finais

A Robótica pode ocasionar aos estudantes o treinamento com a programação, a matemática, adquirindo novos conhecimentos em um campo novo e favorecendo no desenvolvimento do raciocínio lógico, da trigonometria e de outras diversas áreas, que de fato é algo importantíssimo que deve ser aprimorado nas aulas de matemática.

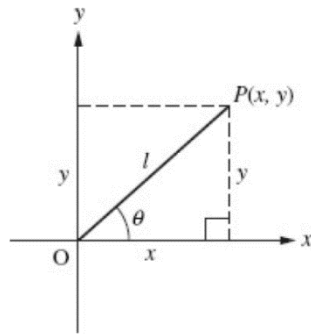
Contudo a Robótica pode se tornar um material didático importante para o desenvolvimento de alguma determinada aula, pois a torna mais encantadora, gerando automaticamente o interesse da participação dos(as) alunos(as), além de incentivar ao trabalho em equipe.

🌀 EXERCÍCIOS RELACIONADOS À TRIGONOMETRIA E ROBÓTICA 🌀

1) Um robô plano de um membro se move no plano x-y, como ilustrado na figura. Para os dados valores de l e θ , determine a posição $P(x, y)$ da extremidade do robô.



2)



Seja $l = 5$ cm. Desenhe a posição da extremidade do robô e determine as coordenadas (x, y) da posição P para:

a) $\theta = \frac{4\pi}{4}$ rad

b) $\theta = -135^\circ$

c) $\theta = -\frac{\pi}{4}$ rad

O USO DA TRIGONOMETRIA NA ENGENHARIA MECÂNICA - ROBÓTICA

3) Considere novamente o robô de um membro ilustrado na figura anterior. Determine o comprimento l e o ângulo θ estando a extremidade do robô posicionada nos seguintes pontos:

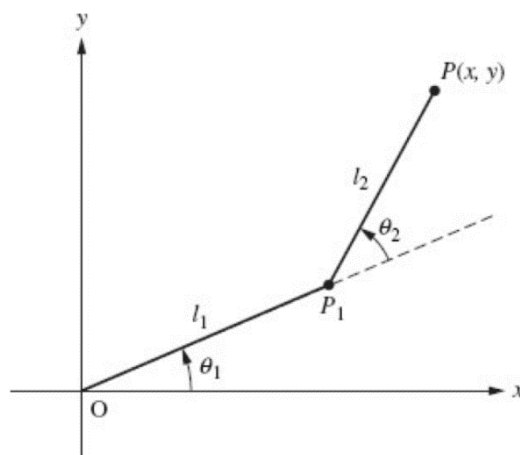
a) $P(x,y) = (3,4)$ cm

b) $P(x,y) = (-4,3)$ cm

c) $P(x,y) = (-3, -3)$ cm

d) $P(x,y) = (5, -4)$ cm

4) Considere o robô de dois membros ilustrado na figura abaixo:



Desenhe a orientação do robô e determine as coordenadas (x, y) do ponto P para:

O USO DA TRIGONOMETRIA NA ENGENHARIA MECÂNICA - ROBÓTICA

a) $\theta_1 = 30^\circ$, $\theta_2 = 45^\circ$, $l_1 = l_2 = 5$ cm

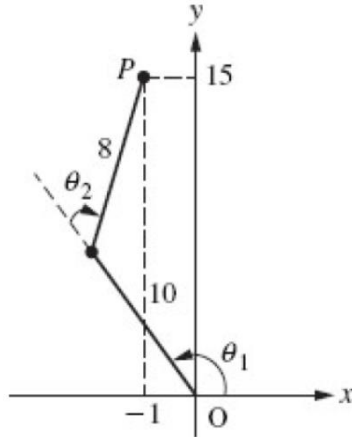
b) $\theta_1 = 30^\circ$, $\theta_2 = -45^\circ$, $l_1 = l_2 = 5$

c) $\theta_1 = -30^\circ$, $\theta_2 = 45^\circ$, $l_1 = l_2 = 5$ cm

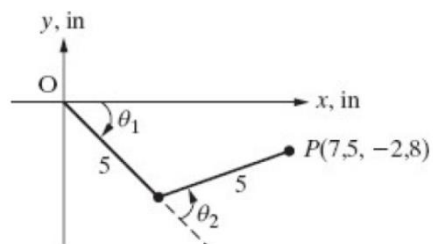
d) $\theta_1 = -30^\circ$, $\theta_2 = -45^\circ$, $l_1 = l_2 = 5$

5) Admita que o robô plano de dois membros mostrado na figura acima esteja posicionado no primeiro quadrante e orientado com cotovelo para cima. Com a extremidade do robô posicionada no ponto $P(x, y) = (9, 9)$, determine os valores de θ_1 e θ_2 . Use $l_1 = 6$ polegadas e $l_2 = 8$ polegadas.

6) Considere um robô plano de dois membros orientado com cotovelo para baixo, como ilustrado na figura abaixo. Com a extremidade do robô posicionada no ponto $P(x, y) = (1, 15)$, determine os valores de θ_1 e θ_2 . Use $l_1 = 10$ polegadas e $l_2 = 8$ polegadas.



7) Considere o robô plano de dois membros com $l_1 = l_2 = 5$ polegadas e orientado com cotovelo para cima, como ilustrado na figura abaixo. Com a extremidade do robô posicionada no ponto $P(x, y) = (7,5, 2,8)$, determine os valores de θ_1 e θ_2 .



8) Admita que o robô plano de dois membros mostrado na figura abaixo esteja posicionado no primeiro quadrante e orientado com cotovelo para baixo. Com a extremidade do robô posicionada no ponto $P(x, y) = (10, 5)$, determine os valores de θ_1 e θ_2 . Use $l_1 = 6$ polegadas e $l_2 = 8$ polegadas.

9) Considere um robô plano de dois membros com $l_1 = l_2 = 5$ polegadas e orientado com cotovelo para baixo, como ilustrado na figura abaixo. Com a extremidade do robô posicionada no ponto $P(x, y) = (4,83, 8,36)$, determine os valores de θ_1 e θ_2 .

