

MAYKON BRAGA DE OLIVEIRA ROGÉRIO RODRIGUES DE FARIAS

ANÁLISE DE VIGAS CURTAS DE CONCRETO VIA MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS

PUBLICAÇÃO N°: 2

GOIANÉSIA / GO 2020



ANÁLISE DE VIGAS CURTAS DE CONCRETO VIA MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS

PUBLICAÇÃO N°: 2

TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO SUBMETIDO AO CURSO DE ENGENHARIA CIVIL DA FACEG.

ORIENTADOR: DANIELLY LUZ ARAUJO DE MORAIS

GOIANÉSIA / GO: 2020

FICHA CATALOGRÁFICA

FARIAS, Rogério Rodrigues de; OLIVEIRA, Maykon Braga de

Análise de vigas curtas de concreto via método dos elementos finitos [Goiás] 2020, 80p, 297 mm (FACEG, Bacharel, Engenharia Civil, 2020).

TCC – FACEG – FACULDADE EVANGÉLICA DE GOIANÉSIA

Curso de Engenharia Civil.

1. MEF	2. ANSYS
3. Vigas curtas	4. Flexão

REFERÊNCIA BIBLIOGRÁFICA

FARIAS, R.R; OLIVEIRA, M.B. Análise comparativa de vigas curtas de concreto: Elementos finitos x Experimental. TCC, Publicação 2, Curso de Engenharia Civil, Faceg, Goianésia, GO, 80p. 2020.

CESSÃO DE DIREITOS

NOME DOS AUTORES: FARIAS, Rogério Rodrigues de; OLIVEIRA, Maykon Braga de TÍTULO DA DISSERTAÇÃO DE TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO: Análise comparativa de vigas curtas de concreto: Elementos finitos x Experimental.

GRAU: Bacharel em Engenharia Civil ANO: 2020

É concedida à Unievangélica a permissão para reproduzir cópias deste TCC e para emprestar ou vender tais cópias somente para propósitos acadêmicos e científicos. Os autores reservam outros direitos de publicação e nenhuma parte deste TCC pode ser reproduzida sem a autorização por escrito do autor.

Maykon Braga de Oliveira Rua Direita, N 94, Centro I 76420-000 - Niquelândia/GO - Brasil Rogério Rodrigues de Farias Rua 11, N 60, Santa Efigênia 76420-000 - Niquelândia/GO - Brasil

MAYKON BRAGA DE OLIVEIRA ROGÉRIO RODRIGUES DE FARIAS

ANÁLISE DE VIGAS CURTAS DE CONCRETO VIA MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS

TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO SUBMETIDO AO CURSO DE ENGENHARIA CIVIL DA FACEG COMO PARTE DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE BACHAREL.

APROVADO POR:

DANIELLY LUZ ARAUJO DE MORAIS, Mestra (FACEG) (ORIENTADOR)

BRUNO ISMAEL OLIVEIRA CARDOSO MAIA, Especialista (FACEG) (EXAMINADOR INTERNO)

FRANCE DE AQUINO, Mestra (FACEG) (EXAMINADOR INTERNO)

DATA: GOIANÉSIA/GO, 25 de NOVEMBRO de 2020.

Eu, Maykon, dedico este trabalho: À minha mãe, Ruthe Que dedicou a vida toda a ensinar, meu grande exemplo, e ao meu pai José (in memórian) que sempre sonhou que seus filhos tivessem a educação não teve.

AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente a Deus pelo dom da vida e da perseverança, pela força para seguir em frente mesmo com inúmeras adversidades. À minha família pelo apoio incondicional, em especial à minha mãe Ruthe, que enfrenta o mundo para fazer o que ama, ensinar e ao meu falecido pai, José, que mesmo sem nunca ter frequentado uma escola, sempre fez questão de me ensinar a importância da educação, os valores da honestidade e do trabalho duro, e tenho certeza de que onde quer que esteja, está orgulhoso dessa realização, que era um sonho para ele.

Ao meu patrão, o Sr. Arilson Eustaquio de Araújo, que viu num jovem de 20 anos, em seu primeiro emprego, potencial que nem ele mesmo via em si mesmo, acreditou e investiu nesse jovem, dedicando seu tempo e conhecimento. Com certeza teria sido muito mais difícil chegar aqui hoje sem o apoio desse homem que considero com um segundo pai, devo a ele tudo que aprendi na minha carreira profissional.

À professora Me. Danielly pela orientação, incentivo, confiança e principalmente paciência. Aos demais professores do curso que contribuíram para a minha formação. Aos meus amigos de graduação Beatriz de Paula, Higor Frank, Jordana Taveira, Poliana Francisca, Rogerio Farias, Samuel Moreira, pela amizade, companheirismo, apoio e pelos momentos de descontração e divertimento. Posso dizer que aprendi lições valiosas com cada um deles e que, com certeza, levarei muito de cada um comigo. Aos demais amigos e colegas da FACEG, muito obrigado por constituírem importe papel na minha formação.

Maykon Braga de Oliveira

Eu, Rogério, dedico este trabalho: primeiramente a Deus, por ser essencial em minha vida, autor de meu destino, meu guia, socorro presente na hora de angústia, ao meu Pai Ivo (In memoriam), à minha mãe Fatima, ao meu Filho Otávio e aos meus irmãos, avós e amigos.".

AGRADECIMENTOS

Agradeço a minha mãe Fátima, e ao meu Pai Ivo (*in memórian*), que me deram apoio e incentivo nas horas difíceis. Sou grato também aos meus amigos, Beatriz D'Paula, Higor Franklin, Jordana Taveira, Maykon Braga Poliana Francisca, Samuel Moreira, que não me deixaram ser vencido pelo cansaço.

Meus agradecimentos ao meu Filho Otávio, aos meus irmãos, sobrinhos, cunhada, avós, amigos e patrões que de alguma forma também contribuíram para que esse sonho da graduação se tornasse realidade. Em especial quero deixar meus sinceros agradecimentos a minha orientadora Me. Danielly Luz Araújo de Morais e a todos professores pelas orientações e ensinamentos que me permitiram apresentar um melhor desempenho ao meu processo de vida profissional. Por fim agradeço imensamente a Deus, por ter me concedido saúde, força e disposição para fazer a graduação e o trabalho de final de curso. Sem ele, nada disso seria possível.

Rogério Rodrigues de Farias

"O objetivo fundamental dos sonhos não é o sucesso, mas nos livrar do fantasma do conformismo" Augusto Cury

RESUMO

As estruturas de concreto podem ter diferentes comportamentos ao serem modificados os componentes do material, o que exige um aprofundado das propriedades deste material bem como das leis da mecânica que influenciam na resposta aos esforços à que está sujeito (HIBBELER, 2013). A análise estrutural visa garantir segurança e comportamento adequado às estruturas, devendo ser avaliado previamente por meio de modelos matemáticos, realização de experimentos ou até mesmo simulações por modelos computacionais (FONTES; PINHEIRO, 2009). O elemento estrutural estudado neste trabalho é a viga. Este tipo de elemento é definido pela ABNT NBR 6118: 2014 como "elementos lineares em que a flexão é preponderante". Para estudo do comportamento de uma viga quando submetida à flexão são realizados ensaios e posteriores formulações matemáticas para apresentação dos resultados Uma das ferramentas aliadas para simulações de estruturas é o Ansys Workbench®, que exibe os resultados graficamente, o que permite a identificação visual do comportamento da estrutura facilitando a interpretação dos resultados. As simulações no ANSYS® mostram graficamente que as tensões de contato são maiores que as tensões ao longo do corpo dos elementos estruturais assim. Através da deformação localizada do material na região dos apoios e elemento de inserção de carga, gerando campos de tensões que afetam toda a região próxima ao contato.

Palavras-chave: ANSYS, Vigas Curtas, Ensaio de Flexotração, Análise estrutural, Ftool, MEF.

ABSTRACT

Concrete structures can behave differently when the components of the material are modified, which requires a deepening of the properties of this material as well as the laws of mechanics that influence the response to the efforts it is subject to (HIBBELER, 2013). The structural analysis aims to ensure safety and behavior appropriate to the structures, and should be evaluated in advance by means of mathematical models, experiments or even simulations by computer models (SOURCES; PINHEIRO, 2009). The structural element studied in this work is the beam. This type of element is defined by ABNT NBR 6118: 2014 as "linear elements in which bending is predominant". For the study of the behavior of a beam when submitted to bending are performed tests and subsequent mathematical formulations for presentation of results One of the allied tools for simulations of structures is the Ansys Workbench ®, which displays the results graphically, which allows the visual identification of the behavior of the structural elements that the contact stresses are greater than the stresses along the body of the supports and load insertion element, generating stress fields that affect the entire region near the contact.

Keywords: ANSYS, Short Beams, Flexotraction Test, Ftool, structural Analysis, FEM.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1.1- Protótipo do Barco de concreto armado de Lambot, 1848	20
Figura 1.2 - Estrutura real e o seu modelo estrutural	21
Figura 1.3 - Discretização pelo Método dos Elementos Finitos para uma estrutura co	ontínua. 22
Figura 2.1 - Corpos-de-prova cilíndricos 15 x 30 cm (esquerda). Realização d	e ensaio à
compressão (direita)	26
Figura 2.2 - Ensaio de resistência à tração na flexão	28
Figura 2.3 - Ensaio de resistência de uma viga à tração na flexão	
Figura 2.4 - Resistência do concreto à tração determinada por ensaio de compressão	o diametral
	29
Figura 2.5 - Dimensões corpo de prova para ensaio de tração direta	29
Figura 2.6 - Corpo de Prova Posicionado para Ensaio de Tração Direta	
Figura 2.7 - Viga de concreto simples	31
Figura 2.8 - Viga de concreto armado	31
Figura 2.9 - Transferência de tensões entre as faces da fissura	32
Figura 2.10 - Curva força x deslocamento	34
Figura 2.11 - Indicação do vão de cisalhamento.	35
Figura 2.12 - Cutelo e Rolete	36
Figura 2.13 - Modelo de Flexão de três pontos	37
Figura 2.14 - DMF Método de flexão três pontos	
Figura 2.16 - DMF Método de flexão a quatro pontos	
Figura 2.16 - Carga x Deslocamento vertical do Meio do vão: comparação entre a	s respostas
dos modelos não-linear e trilinear (Teor de 40 kg/m3)	41
Figura 2.17 - Curva deslocamento máximo versus incremento de carga comparando	resultados
obtidos por Souza (2012) e Jarek et al. (2011) [7]	42
Figura 2.18 – Ensaio de Flexão	44
Figura 2.19 - Diagrama de corpo livre do ensaio	45
Figura 3.1 - Malha de elementos finitos	47
Figura 3.2 - Elementos de primeira ordem, bidimensionais e tridimensionais	47
Figura 3.3 - Grau polinomial dos elementos.	47
Figura 3.4 - Alguns tipos de elementos finitos para 1,2 e 3 dimensões	48
Figura 3.5 - Diferença entre a malha de elemento finito e a superfície real	49
Figura 3.6 - Representação dos elementos finitos.	49

Figura 3.7 - (a) Graus de liberdade de um corpo livre no espaço tridimensional; (b) Grau	s de
liberdade de um corpo livre no espaço bidimensional	50
Figura 3.8 – Modelagem computacional daV800: Viga com comprimento de 800 mm e se	eção
de 150 x 150 mm	51
Figura 3.9 - Etapas de solução de um problema pelo ANSYS®	53
Figura 3.10 - Dados do concreto do Grupo I inseridos no ANSYS®	54
Figura 3.11 - Propriedades do aço estrutural utilizado no ANSYS®	54
Figura 3.12 - Malha criada automaticamente pelo ANSYS®	55
Figura 3.13 - Configuração de deslocamentos nas faces inferiores dos apoios	55
Figura 3.14 - Configuração de deslocamentos nas faces laterais da viga	56
Figura 3.15 - Força aplicada sobre a V300-GI	56
Figura 3.16 - Análise do deslocamento da viga V800-GII	57
Figura 3.17 - Curva de Deslocamento da viga V800-GII, via MEF	
Figura 3.18 - Situação 1 - Viga com vão L=300 mm	59
Figura 3.19 - Situação 2 - Viga com vão L=240 mm	59
Figura 3.20 - Situação 3 - Viga com vão L=240 mm e balanços de 30 mm	59
Figura 4.1 - Gráfico de refinamento	61
Figura 4.2 – Malha da V300-GI antes e depois do refinamento automático pelo ANSYS®.	61
Figura 4.3 - Tensão Cisalhante - V300-GI	63
Figura 4.4 - Tensão Normal - V300-GI	63
Figura 4.5 - Curva de deslocamento ao longo do centroide da viga	63
Figura 4.6 - Tensão Cisalhante - V300-GII	64
Figura 4.7 - Tensão Normal - V300-GII	64
Figura 4.8 - Análise do deslocamento ao longo da V300-GII pelo MEF	65
Figura 4.9 - Tensão Cisalhante na V500-GI	66
Figura 4.10 - Tensão Normal V500-GI	66
Figura 4.11 - Análise do deslocamento ao longo da V500-GI pelo MEF	66
Figura 4.12 - Tensão Cisalhante V500-GII	67
Figura 4.13 - Tensão Normal V500-GII	67
Figura 4.14 - Análise do deslocamento ao longo da V500-GII pelo MEF	68
Figura 4.15 - Tensão Cisalhante V800-GI	69
Figura 4.16 - Tensão Normal V800-GI	69
Figura 4.17 - Análise do deslocamento ao longo da V800-GI pelo MEF	69
Figura 4.18 - Tensão Cisalhante V800-GII	70

Figura 4.19 - Tensão Normal V800-GII	70
Figura 4.20 - Análise do deslocamento ao longo da V800-GII pelo MEF	71
Figura 4.21 - Deslocamento obtidos pelo ANSYS vs Ftool - Grupo I	71
Figura 4.22 - Deslocamento obtidos pelo ANSYS vs Ftool - Grupo II	72

LISTA DE TABELAS

Tabela 2.1 – Resumo das especificações dos grupos.	43
Tabela 3.1 – Resumo das especificações dos grupos	46
Tabela 4.1 - Malha de refinamento	60
Tabela 4.2 - Resultados obtidos através do MEF, utilizando o ANSYS®	62
Tabela 4.3 - Resultados obtidos na análise via Ftool®	62

LISTA DE EQUAÇÕES

Equação (2.1)– Resistencia à compressão	26
Equação (2.2)– Resistência à tração direta	
Equação (2.3)– Resistência à tração direta	
Equação (2.4)– Fator de Tenacidade	
Equação (2.5)– Módulo de Ruptura MOR	
Equação (2.6)– Tensão de Flexão 3P	
Equação (2.7)– Tensão de Flexão 4P	
Equação (2.8)– Tensão de Flexão 3P excêntrico	
Equação (2.9)– Relação entre equações 2.7 e 2.8.	40

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

- ABNT Associação Brasileira de Normas Técnicas.
- ACI American Concrete Institute
- ANSYS® Analysis Systems Incorporated
- APDL Parametric Design Language
- ASHRAE American Society of Heating, Refrigerating, and Air-Conditioning Engineers.
- ASTM American Society for Testing and Materials
- CAE Computer Aided Engineering
- CRF Concreto Reforçado com Fibras
- CRFA Concreto Reforçado com Fibras de Aço
- FACEG Faculdade Evangélica de Goianésia
- FEMOOP® Finite Element Method Object Oriented Program
- IDE Integrated Development Environment
- JSCE Japam Society Of civil Engineers
- MEF Método dos Elementos Finitos
- MSC® MacNeal Schelender Company
- NBR Norma Brasileira
- PRFC Polímeros Reforçados com Fibra de Carbono
- RILEM Réunion Internationale des Laboratoires et Experts des Matériaux, Systèmes de
- Constructions et Ouvrages
- RTC Real Time Clock
- SADSAM Análise estrutural por simulação digital de métodos analógicos
- SI Sistema Internacional de Unidades

LISTA DE SÍMBOLOS

- N_{rup} Carga de ruptura do corpo de prova;
- f_c Resistência à compressão;
- f_{cj} Resistência à compressão do corpo de prova de concreto na idade de (j) dias;
- f_{ck} Resistência característica do concreto à compressão;
- $f_{ct,f}$ Tração na flexão ou ensaio de flexotração;
- $f_{ct,sp}$ Resistência a tração indireta;
- f_{ct} Resistência do concreto à tração;
- b Largura da seção transversal da viga;
- CP Corpo de prova;
- h Altura da seção transversal da viga (M);
- Tb Tenacidade à flexão;
- δ tb Flecha equivalente a L/150 (mm);
- A Área de seção transversal (mm);
- *FT* Fator de tenacidade (MPa);
- MOR Módulo de ruptura;
- P Carga Aplicada (N);
- 4P Ensaio de flexão a quatro pontos;
- 3Pe Ensaio de flexão a 3 pontos excêntrico;
- L Comprimento do vão (mm);
- y Distância da linha neutra ao ponto de estudo;
- I Momento de Inércia da seção;
- a Vão de cisalhamento;
- d Altura útil da viga;
- Ast Armaduras longitudinais inferiores;
- Asc Armaduras longitudinais superiores;
- $f_{tD,m}$ Resistência média à tração;
- E_{ci} Módulo de elasticidade;

SUMÁRIO

1	IN	ГRODUÇÃO	.20
1.1	JU	STIFICATIVA	.23
1.2	OB	JETIVOS	.23
1.	2.1	Objetivo Geral	.24
1.	2.2	Objetivos Específicos	.24
1.3	OR	GANIZAÇÃO DO TRABALHO	.24
2	RE	FERENCIAL TEÓRICO	.25
2.1	RE	VISÃO SOBRE O CONCRETO	.25
2.	1.1	Resistência do concreto à compressão (<i>fc</i>)	.26
2.	1.2	Resistência do concreto à tração (<i>fct</i>)	.27
2.	1.3	Fissuração nos elementos de concreto armado	. 30
2.2	CC	NCRETO REFORÇADO COM FIBRAS	.32
2.	2.1	Tenacidade	.33
2.3	VI	GA DE CONCRETO SUBMETIDA À FLEXÃO	.34
2.	3.1	Definição de Viga Curta	.35
2.	3.2	Ensaios de flexão	.35
2.4 МÉТ	EN TODO	SAIOS COMPUTACIONAIS DE FLEXÃO DE VIGAS EM CONCRETO VIA OS NUMÉRICOS	.40
3	MA	ATERIAL E METODOLOGIA	.45
3.1	AP	RESENTAÇÃO DA VIGA CURTA	.46
3.2	MÉ	TODO DOS ELEMENTOS FINITOS	.46
3.3	MO	DDELAGEM COM ANSYS WORKBENCH®	.50
3.	3.1	Tipo de Análise	.52
3.	3.2	Etapas do método	.53
3.4	MO	DDELAGEM COM FTOOL®	.58
4	RE	SULTADOS E DISCUSSÕES	.60
4.1	ES	TUDO DA MALHA DE ELEMENTOS FINITOS	.60
4.2	RE	SULTADOS DAS ANÁLISES	. 62
4.	2.1	Viga para o vão de 300 mm do Grupo I	. 62

6	R	EFERÊNCIAS BIBLIOGRAFICAS	74
5	C C	ONCLUSÕES	73
4	.3 D	ESLOCAMENTO: MEF x FTOOL	71
	4.2.6	Viga para o vão de 800 mm do Grupo II	70
	4.2.5	Viga para o vão de 800 mm do Grupo I	68
	4.2.4	Viga para o vão de 500 mm do Grupo II	67
	4.2.3	Viga para o vão de 500 mm do Grupo I	65
	4.2.2	Viga para o vão de 300 mm do Grupo II	64

xix

1 INTRODUÇÃO

O concreto é visivelmente um dos materiais de construção mais comuns aplicado às estruturas no mundo moderno. É produzido pelo homem afim de proporcionar às edificações a segurança e resistência, se assemelhando ao comportamento das pedras. O Concreto é basicamente composto por água, cimento, agregados miúdos e graúdos e apresenta excelente resistência à compressão. No entanto, sua resistência à tração é limitada o que torna o concreto simples inadequado para uso em elementos estruturais, já que esse tipo de solicitação está presente na maioria dos elementos das construções usuais. A solução encontrada pelo homem para resolver o problema da baixa resistência à tração do concreto, foi associá-lo à um material que tenha boa resistência à tração e seja mais deformável. O aço demonstrou-se como uma opção viável, tendo boa aderência ao concreto ao serem concretados em conjunto. (CARVALHO; FILHO, 2014).

Segundo Karfer (1998), historicamente, o francês Joseph-Louis Lambot realizou em 1850 as primeiras experiências práticas sobre o uso de ferragens numa massa de concreto. Em 1855 Lambot apresentou um barco na Exposição Mundial de Paris como a primeira construção em "cimento armado", (como era chamado até meados de 1920). Esta união do aço com concreto é o que chama-se de concreto armado, e só é possível graças à aderência entre os dois materiais. Devido a esta, as deformações das barras de aço são consideradas iguais às deformações do concreto que as envolve (ARAÚJO, 2014).



Figura 1.1- Protótipo do Barco de concreto armado de Lambot, 1848

Fonte: Ferreira (1989)

Devido à sua baixa resistência à tração, o concreto fissuraria na zona tracionada do elemento estrutural quando as solicitações atingissem esta resistência. A partir desse momento,

os esforços de tração passam a ser absorvidos pela armadura, impedindo o colapso da estrutura, o que ocorreria, por exemplo, em uma viga de concreto simples (ARAÚJO, 2014). Segundo Carvalho e Filho (2014) essas fissuras, quando ocorrerem na zona tracionada de uma viga, reduzem a seção resistente diminuindo a resistência da estrutura.

As estruturas de concreto podem ter diferentes comportamentos ao serem modificados os componentes do material, o que exige um aprofundado das propriedades deste material bem como das leis da mecânica que influenciam na resposta aos esforços à que está sujeito (HIBBELER, 2013). No entanto, para o entendimento deste processo, são necessários estudos prévios à execução da estrutura real para evitar dissabores na execução da mesma. A análise estrutural visa garantir segurança e comportamento adequado às estruturas, devendo ser avaliado previamente por meio de modelos matemáticos, realização de experimentos ou até mesmo simulações por modelos computacionais (FONTES; PINHEIRO, 2009).

Segundo Martha (2017), na análise estrutural é feita uma previsão do comportamento da estrutura e trabalha com quatro níveis de abstração para a estrutura analisada. O primeiro nível é a estrutura real, da forma como é construída. O segundo nível é o modelo analítico, também chamado de modelo estrutural ou modelo matemático, usado para representar matematicamente a estrutura a ser analisada, envolve todas as teorias e hipóteses que descrevem o comportamento da estrutura para as diversas solicitações.

O terceiro nível de abstração é o do modelo discreto. Este modelo é concebido dentro das metodologias de cálculo dos métodos de análise, por exemplo o método dos deslocamentos. "Nesse nível de abstração, o comportamento analítico do modelo estrutural é substituído por um comportamento discreto, em que soluções analíticas contínuas são representadas pelos valores discretos dos parâmetros adotados". (MARTHA, 2017, p. 07). Chama-se discretização a passagem do modelo matemático para o modelo discreto como ilustrado na figura 1.2.



Figura 1.2 - Estrutura real e o seu modelo estrutural

Quando a geometria, as condições de contorno e os carregamentos de um elemento estrutural são simples e conhecidos, a análise é simples e pode ser utilizados cálculos manuais ou até mesmo aplicativos de análise via método dos deslocamentos como o Ftool® para estruturas planas. No entanto, basta que uma dessas características não sejam mais simples, como uma geometria mais complexa por exemplo, que a discretização se torna mais complicada, com equações muito complexas. Neste ponto, entra o quarto nível de abstração citado por Martha (2017), o modelo computacional, que se utiliza da capacidade de processamento dos computadores para solução de métodos de discretização bem mais complexos, que seriam impossíveis de serem calculados manualmente. O método abordado neste trabalho é o método de análise dos elementos finitos (MEF), que segundo Guerrante (2013), é uma das principais, ou até mesmo a principal, ferramentas de modelagem numérica para análise de estruturas.

Introduzido originalmente por Turner *et al.* (1956), o método de Análise de Elementos Finitos é uma poderosa ferramenta técnica computacional para soluções aproximadas de uma variedade de problemas de engenharia, com domínios complexos sujeitos a condições gerais de contorno (MADENCI; GUVEN, 2006). Neste método, a geometria analisada basicamente é dividida em uma malha composta de diversas pequenas partes, os elementos finitos, os vértices desses elementos são chamados de nós, como pode ser visto na Figura 1.3.



Figura 1.3 - Discretização pelo Método dos Elementos Finitos para uma estrutura contínua.

Uma das ferramentas aliadas para solução desses métodos de discretização são softwares como o Ansys Workbench®. Este programa conecta a simulação computacional organizada ao mundo da engenharia e é capaz de solucionar uma grande variedade de disciplinas como por exemplo a análise estrutural (MADENCI; GUVEN, 2006). De acordo com Azevedo (2016). O Ansys Workbench® exibe os resultados graficamente, o que permite a identificação visual do comportamento da estrutura facilitando a interpretação dos resultados. Outros programas semelhantes que podem ser citados são o Abaqus, o Comsol, o Adams, o One MSC, o Visual Nastran, o Adina e o Lisa.

1.1 JUSTIFICATIVA

A análise e dimensionamento de estruturas é um conhecimento fundamental na engenharia estrutural. Porém, segundo Pravia e Kripka (1999) a análise estrutural envolve um alto nível de abstração, com conceitos de difícil visualização, o que dificulta adquirir tal conhecimento. Para avaliar o comportamento de estruturas de concreto, a engenharia pode munir-se de análises para sua compreensão. Em muitos problemas, as dificuldades da modelagem analítica é grande e se faz necessário de estudos numérico computacionais com aplicações de metodologias que consigam resultados próximos ao comportamento real como por exemplo o método dos elementos finitos (MEF). Outra forma de estudo para as estruturas de concreto são os ensaios experimentais, com utilização de modelos físicos, porém, esse tipo de análise não é comum, pois o dispêndio financeiro requerido para execução destas pesquisas experimentais torna a metodologia inviável em muitos casos, (PINHEIRO; MUZARDO; SANTOS, 2004). Com isto, a investidura em pesquisas para aplicação de metodologias computacionais torna-se a mais viável, promove a redução do custo e prazo no desenvolvimento de um projeto e ainda permite uma considerável melhoria do seu comportamento. (AZEVEDO, 2016).

1.2 OBJETIVOS

Neste tópico são apresentados o objetivo geral e os específicos deste trabalho de conclusão de graduação.

1.2.1 Objetivo Geral

Objetiva-se com este trabalho realizar análises computacionais via MEF do comportamento à flexão de vigas curtas de concreto submetidas ao carregamento transversal.

1.2.2 Objetivos Específicos

Para delimitação da temática proposta neste trabalho, objetiva-se especificamente:

- Pesquisa bibliográfica sobre conceituação básica do material concreto e do estado da arte de ensaios experimentais de flexão de vigas em concreto;
- Pesquisa bibliográfica do estado da arte de ensaios computacionais de flexão de vigas em concreto via métodos numéricos;
- Realizar a modelagem computacional via método dos elementos finitos, utilizando-se o programa educacional Ansys Workbench®.
- Obtenção dos deslocamentos via MEF e compará-los aos deslocamentos obtidos via método dos deslocamentos utilizando-se o aplicativo Ftool®;
- Obtenção das tensões normais e cisalhantes de vigas curtas em concreto simples submetidas ao carregamento transversal.

1.3 ORGANIZAÇÃO DO TRABALHO

O primeiro capítulo dá uma breve introdução acerca das propriedades concreto, apresentando um breve histórico, e do método de análises estrutural foco desse trabalho, o MEF.

O segundo capítulo apresenta uma revisão bibliográfica acerca de trabalhos sobre revisão conceitual de aspectos importantes ao estudo do material concreto, além de uma apresentação do que a comunidade acadêmica tem estudado em ensaios experimentais de flexão de vigas em concreto. Em se tratando de análise estrutural, este capítulo também contempla uma revisão bibliográfica sobre avaliações computacionais de vigas em concreto via métodos numéricos e ainda um estudo sobre a utilização de fibras de aço para melhoria da capacidade mecânica do concreto.

O terceiro capítulo faz a apresentação das vigas a serem modeladas e das metodologias empregadas para o alcance dos objetivos de obtenção dos deslocamentos, tensões normais e cisalhantes especificados no trabalho. No quarto capítulo apresenta-se os resultados da modelagem numérica das vigas via MEF. Primeiramente, pode-se avaliar um estudo de refinamento da malha de elementos finitos buscando-se encontrar uma modelagem mais eficiente. São apresentados ainda os seus deslocamentos, tensões normais e cisalhantes, bem como uma comparação dos deslocamentos aos resultados obtidos via método dos deslocamentos.

O quinto e último capítulo apresenta as conclusões e considerações dos autores acerca dos resultados obtidos.

2 REFERENCIAL TEÓRICO

Este capítulo contém uma revisão bibliográfica acerca de trabalhos sobre revisão conceitual de aspectos importantes ao estudo do material concreto, além de uma apresentação do que a comunidade acadêmica tem estudado em ensaios experimentais de flexão de vigas em concreto. Em se tratando de análise estrutural, este capítulo também contempla uma revisão bibliográfica sobre avaliações computacionais de vigas em concreto via métodos numéricos e ainda um estudo sobre a utilização de fibras de aço para melhoria da capacidade mecânica do concreto.

2.1 REVISÃO SOBRE O CONCRETO

Neste tópico são introduzidos conceitos básicos acerca do concreto armado. Primeiramente falando sobre as resistências aos esforços e finalizando com uma breve esplanada sobre a adição de fibras de aço ao concreto. A principal desvantagem do concreto, é sua baixa resistência à esforços de tração. Por isso, é necessária à sua união à um material que supra essa deficiência. O principal material escolhido para isso é o aço, convenientemente disposto no elemento estrutural de forma a resistir esses esforços de tração.

De acordo com Araujo (2014), esta união só é possível graças à aderência entre os dois materiais, fazendo com que as deformações do aço sejam praticamente iguais às deformações do concreto que o envolve, de modo que ambos os materiais resistam solidariamente aos esforços solicitantes. Ainda de acordo com este autor, o trabalho conjunto entre os dois materiais se dá também no fato de que o concreto, além de absorver os esforços à compressão, protege o aço da corrosão, o que garante a durabilidade do conjunto.

2.1.1 Resistência do concreto à compressão (f_c)

De acordo com Araujo (2014), a resistência à compressão do concreto é determinada pela realização de ensaios padronizados com carregamento rápido, de curta duração. Já para Carvalho e Filho (2014), esses ensaios são realizados com corpos de provas submetidos à compressão centrada, este ensaio permite também a obtenção de outras características, como o módulo de elasticidade.

De acordo com Carvalho e Filho (2014), a resistência à compressão é dada pela equação 2.1:

$$f_{cj} = \frac{N_{rup}}{A} \tag{2.1}$$

Onde:

 f_{cj} - Resistência à. compressão do corpo de prova de concreto na idade de (j) dias;

 N_{rup} - Carga de ruptura do corpo de prova;

A - área da seção transversal do corpo de prova.

Os ensaios à compressão devem ser realizados com corpos de prova cilíndricos (CP's), com diâmetro de 15 cm e altura de 30 cm ou também com diâmetro de 10 cm e altura de 20 cm, aos 28 dias de idade, conforme estabelece a ANBT NBR 6118: 2014. Os CP's devem ser moldados conforme a ABNT NBR 5738: 2003 (emenda 1:2008) e o ensaio realizado conforme estabelecido pela ABNT NBR 5739: 2018, o qual a Figura 2.1 ilustra.

Figura 2.1 - Corpos-de-prova cilíndricos 15 x 30 cm (esquerda). Realização de ensaio à compressão (direita).



Fonte: Os Autores (2018).

Os valores de resistência obtido nos ensaios de resistência à compressão são sempre diferentes entre si. Podem ter variações para valores maiores ou menores, conforme condições dos componentes utilizados no concreto de uma obra para outra e dependendo do rigor a confecção dos corpos de prova. Inicialmente, a ideia seria utilizar a média aritmética destes resultados para representar a resistência deste concreto. Entretanto, esse valor não refletiria a verdadeira qualidade desse concreto já que desconsidera a dispersão dos resultados (CARVALHO; FILHO, 2014). Para Bastos (2006), a resistência média não é um parâmetro seguro para considerar-se nos cálculos por porque se a resistência média adotada for de um concreto com maior dispersão nos resultados, isso irá representar uma menor segurança que de outro concreto com dispersão menor.

Por esse motivo, a normas introduziram o conceito de "valor característico da resistência" (f_k), que de acordo com a ABNT NBR 6118: 2014 em seu item 12.2, são aqueles que, em um lote de material, têm uma determinada probabilidade de serem ultrapassados, no sentido desfavorável para a segurança. Em outras palavras, a resistência característica do concreto à compressão é o valor que apresenta um nível de confiança de 95%, ou seja, é um valor de resistência cujo 95% dos valores encontrados nos ensaios estão acima dele ou que 5% destes valores encontrados estejam abaixo dele (CARVALHO; FILHO, 2014).

2.1.2 Resistência do concreto à tração (f_{ct})

Segundo Carvalho e Filho (2014), o concreto é um material que tem baixa resistência à tração. Esta característica mecânica tem entre 8% e 15% da resistência à compressão de acordo com Macgregor (1997). No entanto, a resistência à tração pode estar relacionada com a capacidade resistente de peças sujeitas a esforço cortante. Isto está diretamente relacionado com a fissuração e, portanto, é necessário conhecê-la. Ainda, de acordo com Pinheiro e Crivelaro (2020), para a obtenção da resistência à tração, podem ser realizados três tipos de ensaios. Dentre estes estão o ensaio por flexotração, o de compressão diametral (também chamado de tração indireta) e o de tração direta que estão descritos logo a seguir.

2.1.2.1 Ensaio de tração na flexão $(f_{ct,f})$

No ensaio de tração na flexão, ou ensaio por flexotração $(f_{ct,f})$, um corpo-de-prova de seção prismática é submetido à flexão simples, com duas cargas idênticas aplicadas nas seções

localizadas nos terços do vão até sua ruptura, de acordo com a ABNT NBR 12142:2010. Um esquema deste ensaio está ilustrado na Figura 2.2 e um exemplo de sua execução, ilustrado na Figura 2.3 (PINHEIRO; MUZARDO; SANTOS, 2004). Para Bastos (2006), A resistência à tração na flexão é a tensão na fibra mais tracionada no instante da ruptura da viga.



Figura 2.2 - Ensaio de resistência à tração na flexão.





Fonte: Bastos (2006)

2.1.2.2 Ensaio de tração na compressão diametral

A resistência à tração indireta $(f_{ct,sp})$ é determinada pelo ensaio de compressão diametral, descrito na ABNT NBR 7222: 1994 e ilustrado na Figura 2.4. É conhecido mundialmente como *Brazilian test* ou *splitting test*, por ter sido desenvolvido pelo professor Lobo Carneiro, na década de 50. Este ensaio consiste em se comprimir longitudinalmente o corpo-de-prova cilíndrico de dimensões 15 x 30 cm² seguindo a direção do seu diâmetro (CARVALHO; FILHO, 2014) até a ruptura por tração indireta. Um esquema deste ensaio pode ser visualizado na Figura 2.4 e sua ruptura também pode ser chamada de ruptura por fendilhamento (PINHEIRO; MUZARDO; SANTOS, 2004). Segundo Pinheiro e Crivelaro (2020), este é o ensaio de tração mais utilizado devido à simplicidade, rapidez e à facilidade de usar-se o mesmo corpo de prova cilíndrico e equipamento utilizado para realização dos ensaios de compressão.





2.1.2.3 Ensaio de tração direta

De acordo com L.A.Farias, A.N.M.Lopes, Stival, M.A.s.Andrade e R.M.Bittencourt (1997), o ensaio de resistência à tração direta, f_{ct} , é realizado através da aplicação de tração axial até a ruptura do corpo de prova, moldado em concreto simples como ilustrado nas Figura 2.5 e Figura 2.6. A seção central é retangular, medindo 9 cm x 15cm, e as extremidades são de seção transversal quadradas, com 15cm de lado.



Fonte: PINHEIRO MUZARDO e SANTOS (2004)



Figura 2.6 - Corpo de Prova Posicionado para Ensaio de Tração Direta

Fonte: (L.A.FARIAS; A.N.M.LOPES; STIVAL; M.A.S.ANDRADE; R.M.BITTENCOURT, 1997)

De acordo com a ABNT NBR 6118: 2014, item 8.2.5, os ensaios de flexotração e de tração indireta devem ser realizados seguindo os parâmetros da ABNT NBR 7222:2011 e ABNT NBR 12142: 2010, respectivamente. De acordo com Bastos (2006), o valor de tração axial (tração direta) é um valor difícil de ser medido em ensaio por isso a ABNT NBR 6118: 2014, no item 8.2.5, permite que a resistência à tração direta seja calculada em função dos valores de resistência do concreto à compressão, utilizando as equações 2.2 e 2.3.

$$f_{ct} = 0.9 f_{ct,sp} \tag{2.2}$$

$$f_{ct} = 0.7 f_{ct,f}$$
 (2.3)

2.1.3 Fissuração nos elementos de concreto armado

A NBR 6118/2014, no item 3.1.3, define "Elementos de concreto armado" como sendo aqueles cujo comportamento estrutural depende da aderência entre concreto e armadura, e nos quais não se aplicam alongamentos iniciais das armaduras antes da materialização dessa aderência.

Segundo Silva (2003), a fissuração nos elementos estruturais de concreto armado é causada pela baixa resistência à tração do concreto. Este é um fenômeno natural (dentro de certos limites) no concreto armado, mas o controle da fissuração é importante para a segurança da estrutura em estado de serviço, estética e também para o desempenho (durabilidade, impermeabilidade, etc.). Pequenas fissuras, mesmo que não colocando em risco a durabilidade

e confiabilidade da estrutura, podem provocar alarme nos usuários leigos pelo efeito psicológico. Assim, a abertura máxima das fissuras, sem prejudicar a estética ou causar preocupação nos usuários depende da posição, profundidade, finalidade da estrutura e distância do observador.

Segundo Bastos (2006), se a tensão de tração aplicada pelo carregamento externo for menor que a resistência do concreto à tração (f_{ct}), não irão aparecer fissuras na superfície do elemento de concreto armado. Porém, caso o carregamento aumente e a tenção aplicada se igualar ao f_{ct} , surge neste momento a primeira fissura e este passa a não resistir mais às tensões de tração, daí a importância da armadura. Esse efeito pode ser visto exemplificado na Figura 2.7, na qual uma viga de concreto simples submetida à flexão, se rompe bruscamente logo que surgem as primeiras fissuras. Porém inserindo-se barras de ferro posicionadas na região de tração, eleva-se significativamente a capacidade de resistência da viga como ilustrado na Figura 2.8.



Fonte: (PFEIL, 1989).





Evitar completamente as fissurações, implicaria em aplicar tensões muito menores ou aumentar muito as dimensões dos elementos, o que seria completamente antieconômico. Devido a isto, a fissuração é combatida não com o intuito de ser eliminada, mas de ser diminuída a valores de abertura aceitáveis, geralmente até 0,3 mm, a depender do ambiente em que se encontre (BASTOS, 2006).

2.2 CONCRETO REFORÇADO COM FIBRAS

Uma técnica que vem sendo estudada e utilizada nas últimas décadas é a utilização do concreto reforçado com fibras de aço (CRFA). Além de ter menor fragilidade característica em relação ao concreto convencional, elementos estruturais apresentam menor fissuração (HERSCOVICI; ROEHL; SÁNCHEZ FILHO, 2019).

De acordo com Araújo (2014), as fibras adicionadas ao concreto servem para reforçar o combate à fissuração indesejada, substituindo ou diminuindo a quantidade de armadura superficial necessária nos elementos de concreto armado. De forma geral, a matriz do concreto perde a capacidade de transferir as tensões entre as faces adjacentes às fissuras formadas, cabendo à fibra servir como "ponte" para transferência dessas tensões (Figura 2.9), impedindo a propagação destas fissuras.





Fonte: NUNES et al., 1997

Herscovici (2016), define o CRFA como sendo um compósito de matriz cimentícia na qual adiciona-se uma quantidade pré-especificada de fibras de aço, com o objetivo de melhorar a resistência à tração e a ductilidade do concreto no período pós-fissuração. Tem-se diversos tipos de fibras que podem ser incorporados ao concreto. Exemplos que podem ser citados aqui são as fibras de aço, polipropileno e nylon. O uso de fibras de aço é uma melhor opção em relação às demais devido ao baixo custo e ao fato de seu uso não interferir significativamente na consistência do concreto, o que prejudicaria a sua trabalhabilidade. Vale ressaltar que estas já vem sendo empregadas no concreto a mais de cinco décadas. (HERSCOVICI; ROEHL; SÁNCHEZ FILHO, 2019).

2.2.1 Tenacidade

Segundo Barros *et al.* (1998), a principal propriedade beneficiada pela adição de fibras no concreto é a capacidade de absorção de energia do material. Isto permite aumentar a capacidade de carga desses elementos e melhorar o seu comportamento à fendilhação. Essa capacidade do material de absorver energia é chamada de tenacidade, que pode ser definida como a medida de energia que o material consegue absorver antes de chegar à ruptura (HERSCOVICI, 2016).

A tenacidade é calculada a partir da área sob a curva carga versus deslocamento vertical resultante do ensaio de flexotração (ACI, 1988; BENTUR e MINDESS, 1990; BALAGURU e SHAH, 1992). De acordo com Villares (2001), as metodologias de ensaios para determinação da tenacidade mais utilizados são as estabelecidas na norma americana ASTM C1018 (1994) e na recomendação japonesa JSCE-SF4 (1984). Apesar de semelhantes quanto ao equipamento e ao corpo-de-prova utilizados, esses dois métodos apresentam algumas diferenças com relação à maneira como a tenacidade é definida e calculada.

O método proposto pela norma japonesa JSCE SF-4: 1984 consiste no ensaio de flexão na tração de corpos de prova prismáticos de largura b e altura h iguais a 100 ou 150 mm, vãos de 380 ou 500 mm e vão livre entre apoios de 300 ou 450 mm. Para cálculo da tenacidade, mede-se a área total (Tb) sob a curva força versus deslocamento, até uma flecha equivalente a L/150, sendo L a distância entre os apoios, como ilustrado na Figura 2.10.**Erro! Fonte de referência não encontrada.** Devem-se utilizar, no mínimo, quatro corpos de prova e a força máxima aplicada não deve ultrapassar 20% da capacidade total da máquina de ensaio. (VILLARES, 2001; HERSCOVICI, 2016).

De acordo com Villares (2001) e Herscovici (2016), utilizando os dados obtidos nos ensaios, calculam-se o módulo de ruptura MOR (equação 2.5) e o fator de tenacidade FT (equação 2.4) (expressos em MPa) obtidos, respectivamente, pelas equações 2.4 e 2.5.

$$FT = \frac{T_b}{\delta t b} \times \frac{L}{b h^2}$$
(2.4)

$$MOR = \frac{PL}{bh^2}$$
(2.5)

Onde,

MOR-módulo de ruptura (kN.mm ou J);*P*-carga referente à primeira fissura (kN);

L–vão entre apoios da viga (mm);

b–largura da seção da viga (m);

h-altura da seção da peça (m) ;

 T_b -Tenacidade à flexão (área abaixo da curva força x flecha) até o limite de flecha δtb ; δtb -flecha equivalente a L/150 (mm).



De acordo com a ACI 554.1R: 1996 o MOR pode ser definido como sendo a maior tensão obtida no ensaio de resistência à flexão (HERSCOVICI, 2016). Vale ressaltar que o método da JSCE tem pouca influência das deformações externas no fator de tenacidade, e as flechas pós-fissuração não são consideradas no cálculo da tenacidade à flexão e fator de tenacidade (VILLARES, 2001).

2.3 VIGA DE CONCRETO SUBMETIDA À FLEXÃO

O elemento estrutural estudado neste trabalho é a viga. Este tipo de elemento é definido pela ABNT NBR 6118: 2014 como "elementos lineares em que a flexão é preponderante". Para Bastos (2006), as vigas são normalmente barras retas e horizontais, concebidas basicamente para vencer vãos e transmitir as ações nelas atuantes para os seus apoios em pilares ou outras vigas.

Hibbeler (2013) também cita que são concebidas fundamentalmente para resistir aos esforços de flexão, salvo casos de vigas curtas e com grandes carregamentos, em que as tensões de cisalhamento produzidas pelo esforço cortante são relativamente grandes. As tensões normais de flexão longitudinais produzidas pelo momento fletor são pequenas nestas vigas curtas (LEET; UANG; GILBERT, 2010).

2.3.1 Definição de Viga Curta

Uma das principais influências sobre a resistência ao esforço cortante de uma viga é a relação a/d. Observa-se na Figura 2.11 que a é o vão de cisalhamento, sendo a distância entre a carga aplicada, onde o momento fletor é máximo, e o apoio, onde o momento fletor é zero. Nesta Figura 2.11 observa-se ainda que d é a altura útil da viga. (O'BRIEN & DIXON, 1994; CLÍMACO, 1975).

De acordo com Luca (2006), a maioria dos pesquisadores subdivide as vigas em categorias de acordo com as relações a/d. Sendo classificada na categoria I quando a relação for $a/d \le 1$, na categoria II quando for $1 < a/d \le 2,5$, na categoria III quando for $2,5 < a/d \le 6$ e na categoria IV quando for 6 < a/d. Vale ressaltar que as vigas de Categoria II são também chamadas de vigas curtas (CARELLI, 2002, *apud* LUCA, 2006).

Já no trabalho de Clímaco (1975) as categorias das vigas são sub divididas em apenas duas sendo que as vigas esbeltas têm a relação a/d > 2,5, enquanto as vigas curtas obedecem a relação a/d < 2,5.



2.3.2 Ensaios de flexão

Para estudo do comportamento de uma viga quando submetida à flexão são realizados ensaios e posteriores formulações matemáticas para apresentação dos resultados. De acordo com Clímaco (2008), o ensaio de flexão em vigas consiste em basicamente posicionar o corpo de prova (viga) sobre dos pontos de apoio à uma distância L, e aplicar uma carga P sobre a viga, aumentando gradativamente a carga até que a viga chegue à ruptura.

Pode-se citar aqui alguns componentes que estão presentes nestes ensaios e que devem ser conhecidos. Dentre estes são os conceitos de tensão de flexão, tensão de contato, tensões devido a curvatura do corpo de prova, tensões de torção e cisalhantes de atrito.
A tensão de flexão é o produto dos carregamentos transversais em uma determinada seção e a tensão predominante do ensaio de flexão (DUARTE; CARVALHO, 2000). Já as tensões de contato fazem referência à aplicação dos carregamentos ao corpo de prova feito através de cutelos ou roletes. Como está ilustrado na Figura 2.12, estes cutelos transmitem o esforço do equipamento de ensaio para o corpo de prova através da deformação localizada do material, gerando campos de tensões que afetam toda a região próxima ao contato. Porém, estes efeitos não são levados em consideração nos modelos de cálculo tradicionalmente usados para determinar o estado de tensões reinantes em uma viga sob flexão. A aplicação de ferramentas experimentais e numéricas, como o MEF, permitem a visualização e avaliação dos efeitos das tensões de contato. (DUARTE; CARVALHO, 2000).



Fonte: Luz (2017)

Com relação às tensões devidas à curvatura do corpo de prova, segundo Budynas (1977 *apud* DUARTE; CARVALHO, 2000), corpos de prova que apresentam alguma curvatura nos planos de carregamento, apresentam comportamento de uma viga curva. Portanto, as propriedades mecânicas medidas nessas regiões curvas serão obviamente diferentes daquelas medidas em regiões planas. De acordo com Young (1975 *apud* DUARTE; CARVALHO, 2000), estas tensões podem, ou não, estar presentes em uma dada situação, ou nem serem relevantes. As tensões de torsão, surgem quando não há paralelismo entre as faces de um corpo de prova prismático, fazendo com que partes de uma mesma face do CP toquem o cutelo da máquina de ensaio antes que outra, provocando excentricidade no carreamento e surgimento de tensões cisalhantes provocadas pela torção da peça (DUARTE; CARVALHO, 2000). E quanto às tensões cisalhantes de atrito, segundo Szeri (1980 *apud* DUARTE; CARVALHO, 2000), se as cargas são aplicadas nas faces dos corpos de prova através de um carregamento concentrado, forças de atrito são criadas, implicando na redução do momento fletor aplicado e no deslocamento da linha neutra. Os roletes superiores tendem a se deslocar para fora, desenvolvendo forças de atrito nessas direções, graças a deformações compressivas e deflexões. Na parte inferior do corpo de prova, as deformações trativas tendem a alongar a face inferior enquanto a deflexão tende a encurtar a distância entre os roletes inferiores. Segundo Duarte e Carvalho (2000), experimentos mostraram que as forças de atrito reduzem o momento fletor aplicado e produzem deslocamento da linha neutra, indicando que as forças inferiores apontam para a direção oposta das forças superiores do CP e são provavelmente menores. Uma forma de reduzir estes efeitos é utilizando roletes variáveis, que ajustam sua posição durante o ensaio.

2.3.2.1 Ensaio de flexão a três pontos (3P)

Segundo Duarte e Carvalho (2000), são utilizados predominantemente dois métodos para esse ensaio em que a diferença basicamente está na posição da aplicação da carga sobre a viga. Como ilustram as figuras Figura 2.13 e Figura 2.14, no ensaio de flexão a três pontos, a carga é aplicada exatamente no meio do vão L. A sua formulação matemática da equação 2.6, leva em conta apenas os efeitos de flexão sobre o estado geral de tensões.

$$\sigma_{Flex}^{3P} = \frac{3PL}{2bh^2} \tag{2.6}$$

Onde,

- *P* : Carga de ensaio;
- L: Distância entre os cutelos;
- *b* : largura do CP;
- h : altura do CP.



Fonte: Adaptado de Fredel, Ortega e Bastos (2015).



2.3.2.2 Ensaio de flexão a quatro pontos (4P)

O ensaio de flexão a quatro pontos, basicamente é o ensaio de tração à flexão 3p, porém a carga P é aplicado em dois pontos distintos no vão L. O primeiro ponto de aplicação da carga (P/2) é localizado à L/3 e o segundo ponto localizado à 2L/3, conforme pode ser observado na Figura 2.15. Segundo com Duarte e Carvalho (2000), a formulação para este ensaio considera que existe um estado de flexão pura, desconsiderando quaisquer outras tensões que as advindas da existência de carregamento concentrado agindo sobre o corpo de prova. A equação 2.7 a seguir descreve este campo de tensões atuante em um corpo de prova com seção transversal retangular.

$$\sigma_{Flex}^{4P} = \frac{3Pd}{bh^2} \tag{2.7}$$

Onde,

P : Carga de ensaio;

- d: Distância entre os cutelos inferior e superior de um mesmo lado;
- *b* : largura do CP;
- *h* : altura do CP.



Fonte: Adaptado de Fredel, Ortega e Bastos (2015).

Conforme mostrado na Figura 2.14, no ensaio de flexão à 3 pontos, o elemento de teste tende a romper sempre na posição central indicada, onde o esforço é máximo, a menos que em outro ponto apresente defeitos mais críticos que levem à sua ruptura (FREDEL; ORTEGA; BASTOS, 2015). Já para o ensaio de flexão à 4 pontos, de acordo com Fredel, Ortega e Bastos (2015), uma região maior do corpo de prova fica submetida ao mesmo esforço máximo (Figura 2.15). Sendo que o corpo de prova romperá no local onde existir maior concentração de tensões. Por isso o ensaio de flexão à 4 pontos apresentam dados mais confiáveis a respeito do material ensaiado, uma vez que o volume de material ensaiado é mais representativo e sujeito a tensões mais equivalentes.

2.3.2.3 Ensaio de flexão a 3 pontos excêntrico (3Pe)

Ainda de acordo com os autores Duarte e Carvalho (2000), em casos em que os ensaios de flexão a 4 pontos sejam realizados com os roletes ou cutelos superiores fixos, ou seja, sem permitir que eles se ajustem a falta de paralelismo das faces do corpo de prova, ocorrerá que um dos roletes tocará a superfície o corpo de prova antes do outro. Isto provoca um carregamento em três pontos excêntrico, ou seja, mesma situação descrita na Figura 2.13, porém com a carga sendo aplicada fora do centro do vão L. Nestes casos, a equação 2.8 que determina o valor das tensões de flexão.

$$\sigma_{3P}^{exc.} = \frac{Px(L-x)y}{LI}$$
(2.8)

Onde,

P : Carga de ensaio;

x: distância entre o rolete superior e o inferior adjacentes;

L: distância entre os cutelos;

y: distância da linha neutra ao ponto de estudo

I : Momento de Inércia da seção.

O resultado a ser considerado deve ser a relação entre os resultados obtidos pelas equações 2.6 e 2.7, relação essa calculada pela equação 2.9.

$$\frac{\sigma_{Flex}^{4P}}{\sigma_{3P}^{exc.}} = \frac{L}{2(L-x)}$$
(2.9)

Onde,

P : Carga de ensaio;

x: distância entre o rolete superior e o inferior adjacentes;

L: distância entre os cutelos;

y: distância da linha neutra ao ponto de estudo

I : Momento de Inércia da seção.

2.4 ENSAIOS COMPUTACIONAIS DE FLEXÃO DE VIGAS EM CONCRETO VIA MÉTODOS NUMÉRICOS

Neste subtópico são apresentados alguns trabalhos que aplicaram ensaios computacionais para análise de estruturas. Para o trabalho de Guerrante (2013), é graças aos avanços computacionais que a utilização de métodos numéricos se tornou a forma mais usual de análise de estruturas, tanto no âmbito acadêmico, quanto profissional. Diversos estudos foram realizados aplicando-se esses métodos numéricos a fim de melhorar a aproximação dos resultados simulados com os resultados obtidos experimentalmente e alguns desses estudos são apresentados nesta seção.

Grossi (2006) por sua vez, propôs um modelo de cálculo com a principal característica de utilizar um diagrama tensão versus deformação trilinear para representar o comportamento de uma viga de concreto reforçado com fibras de aço submetida à tração. Ele realizou análises computacionais em um ensaio realizado por Agopyan e Nunes (1998) em vigas de CRFA com

diferentes teores de fibras. Primeiro, aplicando os modelos construtivos bilinear e não linear para dano em tração e em seguida realizando simulações numéricas via software FEMOOP®.

Este trabalho concluiu que o modelo trilinear é a melhor opção para representação do comportamento do CRFA, pois produz uma curva numérica que mais se assemelha à curva do ensaio experimental tanto na carga de pico quanto na descrição da trajetória de equilíbrio da estrutura no regime pós-pico. A Figura 1.1Figura 2.16 representa a comparação dos resultados numéricos dos dois métodos com o experimental, aplicado às vigas com teor de 40 kg/m³. Porém para demais teores testados, os resultados foram semelhantes e mostrando a maior eficiência do modelo numérico trilinear para representar resultados semelhantes aos resultados experimentais.



Figura 2.16 - Carga x Deslocamento vertical do Meio do vão: comparação entre as respostas dos modelos nãolinear e trilinear (Teor de 40 kg/m3)

Souza (2012) fez um estudo numérico-computacional unidimensional de uma viga de concreto armado que havia sido proposta por Jarek *et al.* (2011). Aplicando o MEF através do software Scilab®, versão 5.3.3, analisou os aspectos envolvidos na modelagem computacional, incluindo os aspectos relativos aos modelos constitutivos dos materiais. O elemento estrutural estudado foi uma viga biapoiada com 6 m de comprimento, seção transversal retangular de 220 x 40 cm^2 sujeita a uma força concentrada aplicada no meio do vão. As armaduras longitudinais inferiores e superiores constituídas por 3 x Ø12,5mm, com recobrimento de 2 cm.

Os resultados obtidos por Souza (2012) mostram que a curva deslocamento máximo versus carga ficou, em grande parte, abaixo da curva experimental. Nota-se na Figura 2.17 que há uma tendência de um comportamento linear, na relação carga-deslocamento, para valores de

carga acima de 30 kN e se mantém até o processo de ruptura. Também se vê que, os deslocamentos obtidos do método proposto são próximos aos da análise experimental quando da aplicação de carga inferior a 30 kN, porém, os deslocamentos são maiores para cargas entre 30 e 45 kN.



Figura 2.17 - Curva deslocamento máximo versus incremento de carga comparando resultados obtidos por Souza (2012) e Jarek *et al.* (2011) [7].

Guerrante (2013) estudou o comportamento do reforço de vigas por encamisamento parcial, utilizando concreto reforçado com fibras de aço, modelando e analisando estes elementos pelo MEF. Ele chegou à conclusão de que a modelagem feita, incluindo itens como concepção da estrutura, definição de parâmetros, elementos e suas ligações, discretização, podem ser considerados adequados para a análise estrutural das vigas no estado limite de serviço.

Castro (2017) realizou uma análise numérica de uma viga de seção no formato T invertido estando engastada em uma extremidade, livre na outra e ainda com um momento concentrado aplicado na extremidade livre, utilizando linguagem APDL (Parametric Design Language) do software ANSYS®. Os resultados obtidos na modelagem numérica foram comparados com uma solução analítica, embasada nas teorias da resistência dos materiais, na qual observou-se que as diferenças entre os resultados são praticamente nulas, comprovando a eficiência do software ANSYS na análise de estruturas.

Muniz, Júnior, Lima e Silva (2017) realizaram a análise de forma não-linear utilizando o método dos elementos finitos em vigas de concreto armado reforçadas com barras de aço, utilizando o software Ansys Workbench®. Os pesquisadores obtiveram resultados experimentais com aproximação média de 12% aos resultados no software. Essa diferença pode ser atribuída em parte ao fato de no ensaio experimental os reforços se descolaram da peça antes de colapsarem, já na análise computacional isso não ocorreu devido o atrito entre a viga e o reforço ter sido desconsiderados na discretização.

Pivatto (2017) realizou um estudo experimental com vigas reforçadas e também um estudo numérico buscando representar a interface entre concreto e PRFC, utilizando a versão APDL do ANSYS® e adotado um modelo de interface com elementos do tipo Inter e o modelo bilinear. Foi possível representar com relativa aproximação o comportamento das vigas ensaiadas.

Cohen *et al* (2018) realizaram um estudo numérico do descolamento do reforço por aparecimento de fissura intermediária. Utilizando um modelo bilinear de interface, os autores modelaram apenas metade da viga, já que a mesma era simétrica. O modelo em MEF foi validado por resultados experimentais e descobriu-se que a presença de múltiplas fissuras atrasa o descolamento do reforço e o escoamento da armadura.

Júnior e Real (2019) realizaram modelagem de 10 vigas de concreto armado reforçadas com polímero de fibra de carbono reforçado (PRFC) e com diferentes configurações de reforço, utilizando ANSYS®. O comportamento da interface foi representado através de modelo bilinear da Mecânica da Fratura. Segundo os autores, os resultados numéricos obtidos de cargas de ruptura e modos de falha foram comparados a resultados experimentais, e foram bastante próximos, estando numa faixa aceitável de 10% de variação.

Os próximos parágrafo deste subtópico fazem referência ao trabalho de Herscovici, Roehl e Sánchez Filho (2019). As vigas da análise experimental deste trabalho foram constituídas de concreto reforçado com fibras de aço cuja geometria tem seção transversal 150 mm x 150 mm, divididas em dois grupos, cada grupo contendo quatro vigas com vão de 300 mm, quatro com vão de 500 mm e quatro com vão de 800 mm. Os grupos foram divididos de acordo com a Tabela 2.1.

Tabela 2.1 – Resumo das especificações dos grupos.					
	Consumo de fibras (Kg/m³)	Nº de vigas	Seção das vigas (mm)	Vãos (mm)	
Grupo I	40	12	150 x 150	4 de 300; 4 de 500; 4 de 800	
Grupo II	60	12	150 x 150	4 de 300; 4 de 500; 4 de 800	

Fonte: Herscovici, Roehl e Sánchez Filho (2019), adaptado pelos autores.

Para obtenção dos parâmetros de resistência mecânica, foram extraídos 10 corpos de prova por grupo, sendo que 4 destes foram direcionados para o ensaio de compressão normal,

3 para ensaio de compressão diametral e 3 para ensaios para obtenção do modo de elasticidade de cada grupo, totalizando 20 corpos de prova.

As vigas foram nomeadas utilizando a estrutura LX-Y-VZ, onde X é o vão da viga em mm, Y representa a quantidade de fibras em kg/m³, V referente à viga e Z a numeração sequencial da viga. Por exemplo, L300-40-V3 é relativo ao vão de 300 mm, 40 kg/m³ de fibras e a viga de número 3. Em relação a nomenclatura para os corpos de prova, a estrutura CPK-GW foi utilizada. Onde CP faz menção a corpo de prova, G condiz ao grupo, K refere-se ao número do corpo de prova extraído e W é o número do grupo concretado. Por exemplo, CP7-G2 refere-se ao sétimo corpo de prova do exemplar de concreto de número dois, ou grupo II.

A dosagem do concreto usada nos ensaios experimentais foi pré-estabelecida em 1:1,48:1,65:0,45 (cimento : areia : agregado graúdo : fator água cimento), com o objetivo de obter-se um concreto com Fc mínimo de 30 MPa.

O ensaio realizado por Herscovici, Roehl e Sánchez Filho (2019) foi o de flexão à 3P, conforme ilustrado na Figura 2.13, acompanhando as orientações normativas da ASTM C1018/97, com o terceiro ponto de aplicação de carga no meio do vão (L/2). Os apoios foram fixados a 3 cm das extremidades das vigas e os ensaios foram realizados de modo a possibilitar a obtenção dos dados relativos à primeira fissura e parcialmente a sua resistência residual.



Figura 2.18 – Ensaio de Flexão

Fonte: Herscovici, Roehl e Sánchez Filho (2019).



O concreto que foi aplicado para o grupo I mostrou em seu resultado uma resistência média Fc = 39,25 MPa, e o grupo II Fc = 39,96 MPa. A sua resistência média à tração foi ftD,m = 2,56 MPa para o grupo I, e ftD,m = 2,73 MPa para o grupo II. O módulo de elasticidade foi Eci = 27,58 GPa para o grupo I e Eci = 25,60 GPa para o grupo II.

Foi realizado uma análise do acréscimo percentual da resistência máxima do grupo I em relação ao grupo II de acordo com cada um dos vãos. Constatou-se que o Grupo II apresentou uma resistência 35% superior que a resistência obtida para o Grupo I no vão de 300 mm, de 30% superior para o vão de 500 mm e 24% superior que a resistência apresentada pelo Grupo I para o vão de 800 mm. Tais dados revelam uma redução na efetividade do uso de fibras no concreto de acordo com o aumento do vão, ou seja, quanto maior o vão da viga, menos influência terá densidade de fibras no concreto sobre sua resistência.

3 MATERIAL E METODOLOGIA

Este capítulo é reservado à apresentação das vigas a serem modeladas e das metodologias empregadas para o alcance dos objetivos de obtenção dos deslocamentos, tensões normais e cisalhantes especificados no trabalho. Primeiramente apresenta-se as características da viga que foi ensaiada experimentalmente por Herscovici, Roehl e Sánchez Filho (2019) a ser utilizada como base para a modelagem via método dos elementos finitos. Posteriormente, é apresentado os princípios básicos do método dos elementos finitos e da modelagem computacional através do software Ansys Workbench® bem como uma breve explanação sobre modelagens de estruturas planas utilizando-se o aplicativo Ftool®

3.1 APRESENTAÇÃO DA VIGA CURTA

Foram modeladas três vigas para cada um dos grupos propostos nos experimentos de Herscovici, Roehl e Sánchez Filho (2019). Sendo uma viga para cada um dos vãos utilizados, e cada uma das vigas foi nomeada conforme apresentado na Tabela 3.1. No entanto, apesar daquele trabalho se referir ao ensaio com vigas constituídas de concreto reforçado com fibras, foi utilizado deste trabalho apenas a geometria, vão e características mecânicas do concreto ensaiadas. Apesar de ser muito interessante a proposta de um trabalho com a intensão de comparar via MEF com adição destas fibras, as vigas modeladas aqui foram constituídas de concreto simples, sem adição de fibras, por conta de limitações do software estudantil que permite modelagem com no máximo 35 mil elementos. Cabe ressaltar ainda que os carregamentos aplicados nas análises também foram retirados dos ensaios de Herscovici, Roehl e Sánchez Filho (2019) sendo os que causaram a ruptura daquelas vigas.

Tabela 5.1 – Resulto das especificações dos grupos.								
Grupo	Vão L	Seção	Relação	Nome	Fc	ftD,m	Ε	Cargas
		Transversal	a/d		(MPa)	(Mpa)	(Gpa)	(k N)
Ι	300 mm	150 x 150 mm	0,80	V300-GI	39,25	2,56	27,58	42,08
	500 mm		1,47	V500-GI				23,64
	800 mm		2,47	V800-GI				12,74
II	300 mm	150 x 150 mm	0,80	V300-GII	39,96	2,73	25,6	56,86
	500 mm		1,47	V500-GII				30,73
	800 mm		2,47	V800-GII				15,86

Tabela 3.1 – Resumo das especificações dos grupos.

Fonte: Herscovici, Roehl e Sánchez Filho (2019), adaptado pelos autores.

3.2 MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS

Nesta seção é apresentada a metodologia utilizada para a modelagem computacional do problema proposto via MEF. De acordo com Souza (2003) e Azevedo (2003), o MEF é um tipo de análise numérica que busca a discretização de um meio contínuo em um número finito elementos menores e mais simples. O conjunto desses elementos é chamado de malha, e os vértices dos elementos são chamados de nós, conforme ilustra a Figura 3.1.



Fonte: Adaptado (SOUZA, 2003)

Para Zienkiewicz e Taylor (2000), o tipo de elemento e a forma são fatores que influenciam na obtenção dos resultados e é responsabilidade do usuário do software a escolha de quais utilizar. Azevedo (2016) define como elemento de primeira ordem aqueles que possuam apenas nós em suas extremidades, delimitando o próprio elemento (Figura 3.2). Define ainda os elementos de segunda ordem como sendo aqueles que possuam um nó em cada uma de suas arestas. O grau dos elementos aumenta de acordo com a quantidade de nós nas arestas (Figura 3.3). Já Silva (2009) separa os tipos de elementos apenas com mono, bi e tridimensional, conforme mostrado na Figura 3.4.









Figura 3.4 - Alguns tipos de elementos finitos para 1,2 e 3 dimensões

Fonte: Silva (2009)

Cada um dos elementos tem uma matriz de rigidez elementar e um vetor de forças aplicadas, calculadas com base na geometria, nos materiais e nas forças aplicadas. As matrizes e os vetores elementares são somados para levar até a matriz de rigidez global e ao vetor de forças global. Em seguida a matriz de rigidez é modificada para levar em conta as condições de contorno, normalmente de apoio. Um sistema de equações onde os deslocamentos dos nós são as incógnitas e montada e resolvida numericamente por um algoritmo. As deformações são calculadas a partir dos deslocamentos e as tensões são calculadas a partir das deformações. (SILVA e SILVA,2017; AZEVEDO M.,2003).

Outro fator bastante relevante para a convergência dos resultados, é o número de elementos. Aumentando a quantidade de elementos, reduz-se a diferença entre a malha e a superfície real, conforme Figura 3.5, e, enquanto o tamanho dos elementos tende a zero e o número de nós tende ao infinito, teoricamente obtém-se solução exata. Porém, quanto maior o número de nós, maior o tempo de processamento dos dados e maior o custo computacional (SOUZA, 2003).

A Figura 3.6 demonstra que elementos estruturais com formas geométricas complexas serão melhor representados com um maior número de elementos. Porém, quanto maior o número de elementos, maior o número de equações e, consequentemente, muito mais tempo e poder de processamento é exigido do computador para obtenção dos resultados (AZEVEDO, 2016).



Figura 3.5 - Diferença entre a malha de elemento finito e a superfície real

Fonte: Adaptado (SILVA, 2009)

Figura 3.6 - Representação dos elementos finitos.





De acordo com Morais (2017), uma importante variável para análise de um problema pelo MEF é o grau de liberdade de cada elemento. Flores e Claro (2005) e definem o grau de liberdade como sendo o número de movimentos rígidos possíveis e independentes que um determinado mecanismo necessita para que a localização dos seus corpos seja completamente conhecida em relação a um referencial predefinido, ou seja, é o menor número de variáveis de entrada e independentes que descrevem e definem a configuração e o movimento de um mecanismo.

Neste trabalho o tipo de elemento utilizado é o tridimensional e os graus de liberdade utilizados nas análises são os de translação e de rotação em relação a cada um dos eixos coordenados, x, y e z, como ilustra a Figura 3.7.

Figura 3.7 - (a) Graus de liberdade de um corpo livre no espaço tridimensional; (b) Graus de liberdade de um corpo livre no espaço bidimensional.



3.3 MODELAGEM COM ANSYS WORKBENCH®

Para iniciar a análise computacional no ANSYS®, primeiramente, realizou-se a modelagem tridimensional das geometrias das três vigas propostas no experimento de Herscovici, Roehl e Sánchez Filho (2019) utilizando o software Autocad®, versão 2020. Geraram-se três arquivos de geometria como o ilustrado na Figura 3.8, sendo salvos em formato .ACIS, um arquivo para cada viga proposta no experimento.

Para utilização do MEF, se faz necessário a utilização de *softwares* que exigem muito do hardware do computador, seja em processamento de dados, seja em armazenamento de informações. Esta limitação que os *softwares* de MEF têm da configuração dos computadores e do alto custo dos computadores retardou a intensificação de sua utilização para a segunda metade do século XX. Isto foi devido à evolução na capacidade de processamento dos computadores e da redução de seus custos. Possibilitando, assim, que a utilização do método se tornasse viável. Inclusive com a fundação de empresas especializadas que desenvolveram *softwares* de MEF, como a MacNeal – *Schelender Company* (MSC®), fundada em 1963, e

desenvolvendo o *software* análise estrutural por simulação digital de métodos analógicos (SADSAM®), que foi concebido especificamente para a indústria aeroespacial e em 1965. Em 1970, é fundada a ANSYS® (Analysis Systems Incorporated) com objetivo de desenvolver *softwares* para uso de MEF em análise estrutural, sendo até hoje uma das maiores empresas deste seguimento (AZEVEDO, 2016).

Figura 3.8 - Modelagem computacional daV800: Viga com comprimento de 800 mm e seção de 150 x 150 mm.



Fonte: Os Autores

O Ansys Workbench® é um programa de engenharia auxiliada por computadores (*Computer Aided Engineering* – CAE) que permite resolver problemas complexos de engenharia estrutural e tomar decisões de projeto de maneira mais rápida e eficiente com uso do MEF. Este *software* é usado para auxiliar os engenheiros a otimizar seus projetos e reduzir os custos de testes experimentais (AZEVEDO, 2016; ANSYS, Inc., 2020).

Para Madenci e Guven (2006), antes de utilizar o ANSYS® para gerar um modelo MEF de um modelo físico, algumas perguntas devem ser respondidas com base no julgamento e observações da engenharia:

Para utilização do MEF, se faz necessário a utilização de softwares que exigem muito do hardware do computador, seja em processamento de dados, seja em armazenamento de informações. Esta limitação que os softwares de MEF têm da configuração dos computadores e do alto custo dos computadores retardou a intensificação de sua utilização para a segunda metade do século XX. Isto foi devido à evolução na capacidade de processamento dos computadores e da redução de seus custos. Possibilitando, assim, que a utilização do método se tornasse viável. Inclusive com a fundação de empresas especializadas que desenvolveram softwares de MEF, como a MacNeal – Schelender Company (MSC®), fundada em 1963, e desenvolvendo o software análise estrutural por simulação digital de métodos analógicos (SADSAM®), que foi concebido especificamente para a indústria aeroespacial e em 1965. Em

1970, é fundada a ANSYS® (Analysis Systems Incorporated) com objetivo de desenvolver softwares para uso de MEF em análise estrutural, sendo até hoje uma das maiores empresas deste seguimento (AZEVEDO, 2016).

O Ansys Workbench® é um programa de engenharia auxiliada por computadores (Computer Aided Engineering – CAE) que permite resolver problemas complexos de engenharia estrutural e tomar decisões de projeto de maneira mais rápida e eficiente com uso do MEF. Este software é usado para auxiliar os engenheiros a otimizar seus projetos e reduzir os custos de testes experimentais (AZEVEDO, 2016; ANSYS, Inc., 2020).

Para Madenci e Guven (2006), antes de utilizar o ANSYS® para gerar um modelo MEF de um modelo físico, algumas perguntas devem ser respondidas com base no julgamento e observações da engenharia:

- Quais são os objetivos desta análise?
- Todo o sistema físico deve ser modelado ou apenas uma parte?
- Quantos detalhes devem ser incluídos no modelo?
- Quão refinado deve ser o elemento finito da malha?

Ao responder a essas perguntas, a despesa computacional deve ser equilibrada com a precisão dos resultados.

3.3.1 Tipo de Análise

Dentre os diversos tipos de análises que o Ansys Workbench® é capaz de executar, como análise estática, modal, harmônica, dinâmica transiente dentre outras. Este trabalho se restringe a aplicação do MEF na análise estrutural estática. De acordo com Marinho (2004), este tipo de análise é utilizado para determinação de deslocamentos e tensões sob condição de cargas que não varia com o tempo.

As análises estáticas podem ser divididas em dois tipos, linear e não linear. As nãolineares podem ainda incluir estudos sobre a plasticidade, tensão de rigidez, elementos hiper estáticos, grandes deformações, grandes tensões, hiper elasticidade, superfície de contato e fissuração (MARINHO, 2004; AZEVEDO, 2016).

3.3.2 Etapas do método

De acordo com Marinho (2004) e Abreu (2016), o ANSYS® divide o procedimento de análise de estruturas em três passos sequenciais, representadas na Figura 3.9.





Fonte: Adaptado de Abreu (2016).

Na etapa de pré-processamento, basicamente definem-se as variáveis de entrada. É nela que é feita a modelagem da estrutura, a tipificação do elemento estrutural (viga, barras, placas, etc.), das constantes características do elemento, condições de contorno, geometria do modelo e características do material. Nesta etapa realiza-se também a discretização do elemento estrutural e define-se a malha de elementos finitos (MARINHO, 2004; ABREU, 2016).

Neste trabalho, a modelagem do objeto de estudo foi feita no software Autocad® e importado pelo ANSY®, sendo um conjunto composto por 4 objetos, sendo a viga propriamente dita, o atuador e os dois apoios, modelados dessa forma a fim de reproduzir as condições de um ensaio de flexão 3P.

No módulo de "*Engineering Data*" foram inseridas as características do concreto, como módulo de elasticidade, resistências à compressão e tração, já apresentadas na Tabela 3.1. A Figura 3.10 traz todos os dados do material aplicado nas vigas do Grupo I e para os demais objetos do conjunto (atuador e apoios) foi atribuído o aço estrutural, com propriedades padrão já presentes no ANSYS®, detalhados na Figura 3.11. A Figura 3.12 apresenta a malha de elementos utilizadas inicialmente, que foi gerada automaticamente pelo ANSYS®, sendo uma malha de 1462 elementos com 7825 nós.

Figura 3.10 - Dados do concreto do Grupo I inseridos no ANSYS® CRF-40%

Density	2,3e-06 kg/mm ³
Structural	~
VIsotropic Elasticity	
Derive from	Young's Modulus and Poisson's Ratio
Young's Modulus	27580 MPa
Poisson's Ratio	0,18000
Bulk Modulus	14365 MPa
Shear Modulus	11686 MPa
Isotropic Secant Coefficient of Thermal Expansion	1,4e-05 1/°C
Compressive Ultimate Strength	39,250 MPa
Compressive Yield Strength	0 MPa
Tensile Ultimate Strength	2,5600 MPa
Tensile Yield Strength	0 MPa

Fonte: Os autores.

 Figura 3.11 - Propriedades do aço estrutural utilizado no ANSYS®

 Image: Structural Steel
 Image: Structural Steel

Fatigue Data at zero mean stress comes from 1998 ASME BPV Code, Section 8, Div 2, Table 5-110.1

Density	7,85e-06 kg/mm ³
Structural	~
VIsotropic Elasticity	
Derive from	Young's Modulus and Poisson's Ratio
Young's Modulus	2e+05 MPa
Poisson's Ratio	0,30000
Bulk Modulus	1,6667e+05 MPa
Shear Modulus	76923 MPa
Isotropic Secant Coefficient of Thermal Expansion	1,2e-05 1/°C
Compressive Ultimate Strength	0 MPa
Compressive Yield Strength	250,00 MPa
Strain-Life Parameters	-6.6e-1 -5.4e+0 0.0e+0 1.0e+1

Fonte: Os autores.



Nessa etapa também foi definida a condição de contorno, que foi concebida de modo a reproduzir as condições de um ensaio de flexão 3P. Para reproduzir a condição de contorno, foram restringidos os deslocamentos em x, y e z nas faces inferiores dos apoios, conforme mostra a Figura 3.13, e nas faces laterais da viga foram restringidos os movimentos no eixo perpendicular à esta face, nesse caso o eixo Z, conforme pode ser verificado na Figura 3.14.

D	Details of "Displacement 2" 👻 🔻 🗖 🗙				
Ξ	Scope				
	Scoping Method Geometry Selection				
	Geometry 2 Faces				
Ξ	Definition				
	Type Displacement				
	Define By	Components			
	Coordinate System	Global Coordinate System			
X Component 0, mm (ramped)		0, mm (ramped)			
	Y Component 0, mm (ramped)				
	Z Component 0, mm (ramped)				
	Suppressed No				

Figura 3.13 - Configuração de deslocamentos nas faces inferiores dos apoios.

Fonte: Os Autores

Details of "Displacem	ient" 🔻 🕂 🗖 🗙		
Scope			
Scoping Method	Geometry Selection		
Geometry	4 Faces		
Definition			
Type Displacement			
Define By Components			
Coordinate System Global Coordinate System			
X Component Free			
Y Component Free			
Z Component	Z Component 0, mm (ramped)		
Suppressed No			
	Fonte: Os Autores		

Figura 3.14 - Configuração de deslocamentos nas faces laterais da viga.

A segunda etapa é o processamento, nela é realizada a aplicação do carregamento e obtenção de solução. Pode-se aplicar forças externas e pressões, forças de inércia (como gravidade ou velocidade rotacional, imposição de deslocamentos iniciais, temperaturas, fluência etc.). Nesta fase pode ser feita a opção por aplicação ou alteração das condições de contorno (MARINHO, 2004).

Neste trabalho, as cargas de cada viga modelada foram inseridas na face superior do atuador no sentido do eixo Y, conforme Figura 3.15.



Após a análise da estrutura, dá-se início à terceira etapa que é o pós-processamento. É nesta parte que se pode visualizar a exibição dos resultados das etapas anteriores, como por exemplo as tensões, as deformações, o fluxo de calor, a convergência, os fatores de segurança

Fonte: Os Autores

225.00

Fonte: Os Autores

etc. Só após as análises estáticas, ou dinâmicas, é que se pode utilizar o módulo de otimização do *software* (MARINHO, 2004; AZEVEDO, 2016).

Em nosso trabalho, foram realizadas análise apenas da deformação total, tensão normal e de tensão de cisalhamento.



Figura 3.16 - Análise do deslocamento da viga V800-GII.

Fonte: Os Autores

Para efeito de comparação com o Ftool®, a análise do deslocamento foi feita apenas ao longo de um "caminho" (*path*) que passa ao longo da viga pelo seu centroide, ou seja, do centro da face de uma extremidade até o centro da outra extremidade, conforme ilustra a Figura 3.16. Através dessa analise o ANSYS® fera um gráfico demonstrando os valore de deslocamento ao longo de toda a viga, como pode ser observado na Figura 3.17.



Fonte: Os Autores

Todas as etapas foram repetida para cada uma das 6 vigas relacionadas na Tabela 3.1 e seus resultados são apresentados na seção 4.

3.4 MODELAGEM COM FTOOL®

O Ftool® é um software gratuito de cálculo estrutural largamente usado como ferramenta educativa que se destaca pela sua simplicidade e praticidade quando é necessário obter-se esforços e deformações de estruturas simples. O software foi desenvolvido pelo professor Luiz Fernando Martha, da Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro (PET CIVIL, 2018).

De acordo com Martha (200-), o sistema consiste em uma interface gráfica baseada em manipulação direta, e que pode ser executado em praticamente em qualquer plataforma. O estudante possui total controle sobre o modelo estrutural analisado. Neste trabalho utilizou-se o Ftool® para modelagem linear das vigas analisadas com o objetivo de se comparar seus resultados aos obtidos pelo ANSYS®. Foram inseridas no Ftool® os mesmos parâmetros de seção transversal, módulo de elasticidade, e carga de ruptura utilizados nas simulações no ANSYS®.

Nos experimentos em laboratório encontrados na literatura e utilizados como parâmetro de comparação neste trabalho, os vão de cálculo (L) não são iguais ao comprimento das vigas, uma vez que as vigas estão com os apoios posicionados à 30 mm das extremidades. Para a simulação no Ftool®, pensou-se em 3 situações distintas, que tiveram os valores de deslocamentos comparados para definir qual a configuração apresenta dados mais próximos aos testados pelo ANSYS®. A primeira situação foi com a viga bi apoiada com vão L=300 mm, desconsiderando a redução do vão de cálculo (Figura 3.18). Na segunda situação, considerouse apenas o vão de cálculo efetivo da viga, desconsiderando as extremidades, sendo L=240 mm (Figura 3.19), e na terceira situação, representou se a viga com 300 mm de comprimento, mas com os apoios posicionados à 30 mm da extremidade, conforme ilustra a Figura 3.20.

Na situação 01, o deslocamento máximo em Y (DY) apresentado foi de 0,02035 mm, nas situações 2 e 3, o DY apresentado foi idêntico em ambos, 0,01042 mm. Para a viga correspondente ensaiada no ANSY®, o deslocamento máximo foi de 0,01601 mm. O deslocamento nas situações 2 e 3 são o que mais se aproximaram dos apresentados no ANSYS® Optou-se então pela configuração da situação 2, com vão L=240 mm.

Figura 3.18 - Situação 1 - Viga com vão L=300 mm



Fonte: Os Autores

Figura 3.19 - Situação 2 - Viga com vão L=240 mm



Fonte: Os Autores

Figura 3.20 - Situação 3 - Viga com vão L=240 mm e balanços de 30 mm



Fonte: Os Autores

4 RESULTADOS E DISCUSSÕES

Nesta sessão, apresenta-se os resultados da modelagem numérica das vigas via MEF. Primeiramente, pode-se avaliar um estudo de refinamento da malha de elementos finitos buscando-se encontrar uma modelagem mais eficiente. São apresentados ainda os seus deslocamentos, tensões normais e cisalhantes, bem como uma comparação dos deslocamentos aos resultados obtidos via método dos deslocamentos.

4.1 ESTUDO DA MALHA DE ELEMENTOS FINITOS

Como já foi dito, a densidade da malha de elementos influencia diretamente na precisão dos resultados e na capacidade computacional exigida para o processamento da análise no ANSYS®. É preciso, portanto, que se encontre uma malha equilibrada entre a precisão dos resultados e a capacidade computacional disponível. Para refinamento da malha de elementos, foi feita a alteração do tamanho dos elementos manualmente e os resultados foram anotados e estão listados na Tabela 4.1, que gerou gráfico apresentado na Figura 4.1.

Tabela 4.1 - Malha de refinamento					
Malha	Tam. Elementos	Num. De nós	Num. de Elementos	Flecha Máx. (mm)	Variação %
M1	20 mm	5834	1104	1,574E-02	
M2	19 mm	6140	1168	1,614E-02	2,54%
M3	18 mm	8139	1593	1,602E-02	-0,74%
M4	17 mm	8655	1692	1,595E-02	-0,44%
M5	16 mm	11252	2240	1,608E-02	0,82%
M6	15 mm	11832	2360	1,615E-02	0,44%
M7	14 mm	15154	3091	1,617E-02	0,12%
M8	13 mm	19274	3984	1,611E-02	-0,37%
M9	12 mm	22643	4745	1,612E-02	0,06%
M10	11 mm	29098	6188	1,612E-02	0,00%
AUTO	-	14578	7878	1,59E-02	-

Fonte: Os Autores



Fonte: Os Autores.

Devida à dispersão muito grande nos resultados, foi realizada o refinamento automático da malha pela ferramenta de convergência do ANSYS®. Esse processo não apenas alterou a quantidade de elementos, mas também a forma geométrica dos elementos, aumentando sua densidade nos pontos onde estão concentradas as maiores tensões, tornando a malha dinâmica e mais eficiente, o que indica que não apenas a quantidade dos elementos influência nos resultados, mas também sua forma e posicionamento no corpo estudado. A Figura 4.2 mostra a malha antes e depois do refinamento automático. Nas demais vigas estudadas foi realizado apenas o refinamento automático.



Fonte: Os Autores

4.2 RESULTADOS DAS ANÁLISES

A Tabela 4.2 apresenta os dados obtidos via MEF, enquanto que a Tabela 4.3 apresenta os dados obtidos através da análise numérica realizada utilizando o Ftool®.

GRUPO	NOME	Deslocamento Máx. (mm)	Tensão Cisalhante (Mpa)	Tensão Normal (Mpa)
	V300-GI	1,59E-02	-27,112 20,055	-37,88 7,6751
Ι	V500-GI	2,97E-02	-11,808 10,746	-25,65 8,9911
	V800-GI	5,34E-02	-8,0221 6,5097	-15,255 4,631
	V300-GII	2,75E-02	-27,22 30,489	-49,281 13,739
II	V500-GII	4,14E-02	-15,744 14,863	-30,798 12,485
	V800-GII	7,15E-02	-10,083 8,2278	-19,2 5,8122

Tabela 4.2 - Resultados obtidos através do MEF, utilizando o ANSYS®

Fonte: Os Autores

Tabela 4.3 - Resultados obtidos na análise via Ftool®

GRUPO	NOME	Deslocamento Máx. (mm)		
	V300-GI	1,04E-02		
Ι	V500-GI	3,61E-02		
	V800-GI	9,24E-02		
	V300-GII	1,42E-02		
II	V500-GII	4,74E-02		
	V800-GII	1,16E-01		
Fonte: Os Autores				

4.2.1 Viga para o vão de 300 mm do Grupo I.

A Figura 4.3 apresenta a análise da tensão cisalhante na viga com vão 300 mm do grupo I. Observa-se que a tensão é mais concentrada no ponto de contato com o atuador.

A Figura 4.4 apresenta a análise da tensão normal no sentido de X da viga com vão 300 mm do grupo I. Observa-se um comportamento de tração na face inferior da viga, concentrado no meio do vão e tensões de compressão na face superior.

A Figura 4.5 apresenta a curva de deslocamento apresentado pela V300-GI, que confirma que já havia sido observado na Figura 2.14, o deslocamento máximo ocorre no meio do vão de cálculo.



Fonte: Os Autores





Fonte: Os Autores





Fonte: Os Autores

4.2.2 Viga para o vão de 300 mm do Grupo II.

A Figura 4.6 apresenta a análise da tensão cisalhante na viga com vão 300 mm do grupo II. Observa-se que a tensão é mais concentrada no ponto de contato com o atuador, como no grupo I, porém com um valor máximo bem maior.

A Figura 4.7 apresenta a análise da tensão normal no sentido de X da viga com vão 300 mm do grupo II. Observa-se que a viga apresenta o mesmo comportamento da viga do Grupo I, porem com valor máximo de tensão bem maior.

A **Erro! Fonte de referência não encontrada.** apresenta a curva de deslocamento apresentado pela V300-GI, que confirma que já havia sido observado na Figura 2.14, o deslocamento máximo ocorre no meio do vão de cálculo.



Figura 4.6 - Tensão Cisalhante - V300-GII

Fonte: Os Autores



Fonte: Os Autores



Figura 4.8 - Análise do deslocamento ao longo da V300-GII pelo MEF

4.2.3 Viga para o vão de 500 mm do Grupo I.

A Figura 4.9 apresenta a análise da tensão cisalhante na viga com vão 500 mm do grupo I. Observa-se que a tensão é mais concentrada no ponto de contato com o atuador e no ponto de contato com os apoios.

A Figura 4.10 apresenta a análise da tensão normal no sentido de X da viga com vão 500 mm do grupo I. Observa-se que o comportamento observado nas vigas de 300 mm se repete, ouse seja, apresenta um comportamento de tração na face inferior da viga, concentrado no meio do vão e tensões de compressão na face superior.

A Figura 4.11 apresenta a curva de deslocamento apresentado pela V500-GI, que repete o comportamento já observado nos ensaios anteriores com a viga de 300 mm.









Fonte: Os Autores





Fonte: Os Autores

4.2.4 Viga para o vão de 500 mm do Grupo II.

A Figura 4.12Figura 4.9 apresenta a análise da tensão cisalhante na viga com vão 500 mm do grupo II. A tensão se comporta da mesma maneira na viga do grupo I, porém com valores maiores ao contrário do grupo I, a tensão máxima foi negativa.

A Figura 4.13 apresenta a análise da tensão normal no sentido de X da viga com vão 500 mm do grupo II. Observa-se que o comportamento observado nas vigas do grupo I se repete, tendo apenas uma pequena variação nos valores apresentados.

A Figura 4.14 apresenta a curva de deslocamento apresentado pela V500-GII, que repete o comportamento já observado nos ensaios anteriores, mas com um aumento de cerca de 40% no valor do deslocamento máximo.



Figura 4.12 - Tensão Cisalhante V500-GII

Fonte: Os Autores



Fonte: Os Autores



4.2.5 Viga para o vão de 800 mm do Grupo I.

A Figura 4.15 apresenta a análise da tensão cisalhante na viga com vão 800 mm do grupo I. Observa o mesmo comportamento nas vigas anteriores, porém com um valor de tensão bem menor, o que se justifica pelo aumento do vão de cálculo.

A Figura 4.16 apresenta a análise da tensão normal no sentido de X da viga com vão 800 mm do grupo I. Observa-se que o comportamento observado nas vigas anteriores se repete, aumentando os valores apresentados, devido ao aumento do vão de cálculo, em cerca de 25% a 40%.

A Figura 4.17 apresenta a curva de deslocamento apresentado pela V500-GI, que repete o comportamento já observado nos ensaios anteriores, apenas apresentando um deslocamento 80% maior que na V500-GI e 235% maior quando comparado com a V300-GI.



Fonte: Os Autores





Fonte: Os Autores





4.2.6 Viga para o vão de 800 mm do Grupo II.

A Figura 4.15 apresenta a análise da tensão cisalhante na viga com vão 800 mm do grupo II. Observa o mesmo comportamento na viga do grupo I, porém com um valor de tensão cerca de 26% maior.

A Figura 4.19 apresenta a análise da tensão normal no sentido de X da viga com vão 800 mm do grupo II. Observa-se que o comportamento observado na V800-GI, mas com um aumento de cerca de 25%.

A Figura 4.20 apresenta a curva de deslocamento apresentado pela V500-GI, que também repete o comportamento já observado nos ensaios anteriores, apenas apresentando um deslocamento 34% maior que na V800-GI.



Fonte: Os Autores



Fonte: Os Autores



4.3 DESLOCAMENTO: MEF x FTOOL

Comparando os deslocamentos obtidos via MEF com os valores obtidos via análise no Ftool®, observou-se que para as vigas de vão 300 e 500 mm, os valores foram bem próximos aos obtidos para ambos os grupos e vigas, porém, os resultados obtidos para as vigas de 800 mm apresentaram uma maior diferença entre os resultados, sendo que os resultados obtidos no Ftool® foram maior, como pode ser visualizado nos gráficos comparativos (Figura 4.21 e Figura 4.22). Com relação aos deslocamentos, observou-se também um aumento do deslocamento máximo à medida que o vão de cálculo da viga aumenta. Nota-se que esse aumento não é linear, ou seja, quanto maior o vão, maior o deslocamento relativo.



Figura 4.21 - Deslocamento obtidos pelo ANSYS vs Ftool - Grupo I

Fonte: Os Autores


Figura 4.22 - Deslocamento obtidos pelo ANSYS vs Ftool - Grupo II

Fonte: Os Autores

5 CONCLUSÕES

Os resultados mostram que quanto menor a relação a/d da viga, maiores a tensões cisalhantes, o que confirma a afirmação de Hibbeler (2013). As tensões normais apresentam comportamento similar.

As tensões cisalhantes apresentadas foram relativamente maiores às tensões normais, corroborando a observação feita a esse respeito no tópico 2.3 (LEET; UANG; GILBERT, 2010).

A As simulações no ANSYS® mostram graficamente que as tensões de contato são maiores que as tensões ao longo do corpo dos elementos estruturais assim. Através da deformação localizada do material na região dos apoios e elemento de inserção de carga, gerando campos de tensões que afetam toda a região próxima ao contato. Estes efeitos podem ser claramente visualizados com a aplicação da ferramenta numéricas utilizada neste trabalho. (DUARTE; CARVALHO, 2000).

A comparação entre os deslocamentos obtidos pelo ANSY® e os obtidos pelo Ftool® nos mostra que ambos os métodos apresentam valores similares para vigas curtas, mas a medida que o fator a/d aumenta, aumenta a distinção dos resultados, indicando que a eficiência do Ftool® em apresentar valores de flecha de uma viga diminui de acordo com o aumento do fator a/d. Para se comprovar essa relação seria necessário testar e comparar uma variedade maior de vãos e seções transversais diferentes.

Para complementar este trabalho recomendamos a simulação computacional e comparação para a viga de concreto reforçado com fibras via MEF dos autores Herscovici, Roehl e Sánchez Filho (2019), utilizando uma versão profissional do ANSYS®, que permita uma malha mais refinada e a modelagem das fibras de aço.

Recomendamos também o ensaio numérico via MEF de flexão em vigas aplicando-se uma carga dinâmica, aumentando-a gradativamente até que a viga atinja o colapso.

Outra recomendação de trabalho é a simulação via MEF dos ensaios de flexotração a 4 pontos e a 3 pontos excêntricos, comparando os resultados ao presente trabalho.

6 REFERÊNCIAS BIBLIOGRAFICAS

<u>Livro</u>

ARAÚJO, José Milton de. Curso de concreto armado. 4. ed. atual. Rio Grande: Dunas, 2014. 39 p. v. 1. ISBN 978-85-86717-14-7.

AZEVEDO, Álvaro F. M. Método dos Elementos Finitos. Porto, Portugal: Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, 2003. 258 p.

AZEVEDO, Domingos Flávio de Oliveira. Análise estrutural com Ansys Workbench®: Static Structural. 2016. 180 p. Mogi das Cruzes, 2016. Disponível em: https://bit.ly/2KeWv6j. Acesso em: 28 mar. 2020.

CARVALHO, Roberto Chust; FIGUEIREDO FILHO, Jasson Rodrigues de. Cálculo e Detalhamento de Estruturas Usuais de Concreto Armado: segundo a NBR 6118:2014. SEGUNDO A NBR 6118:2014. 4. ed. São Carlos: Edufscar, 2014. 415 p.

CLÍMACO, João Carlos T. S.. Estruturas de Concreto Armado: fundamentos de projeto, dimensionamento e verificação. 2. ed. Brasília: Editora UNB, 2008. 410 p.

ESSS. Introdução ao método de elementos finitos. Método de elementos finitos. São Paulo, Brasil : ESSS, 2014. Vol. 03, 1.

FERREIRA, Carlos Antero. Betão: a idade da descoberta. Lisboa: Passado Presente, 1989. 115 p.

FLORES, Paulo; CLARO, J.C. Pimenta. Cinemática de Mecanismos: introdução ao estudo de mecanismos. Guimarães: Universidade do Minho, 2005. 38 p. Disponível em: https://repositorium.sdum.uminho.pt/bitstream/1822/35942/1/Capitulo%2001.pdf. Acesso em: 11 nov. 2020.

FREDEL, Marcio C.; ORTEGA, Patricia; BASTOS, Edson. Propriedades mecânicas: Ensaios fundamentais. Vol. I. [s. L.]: Cermat Cerâmica, 2015. 145 p. Disponível em: https://bit.ly/3eA0vw7. Acesso em: 20 mar. 2020.

HIBBELER, R. C.. Análise das estruturas. 8. ed. São Paulo: Pearson Education do Brasil, 2013.543 p. Tradução Jorge Ritter; revisão técnica Pedro Vianna.

MACGREGOR, James G. Reinforced concrete: mechanics and design. 6. ed. [s. L.]: Pearson, 1997. 939 p.

MADENCI, Erdogan; GUVEN, Ibrahim. The finite element method and applications in engineering using ANSYS®. Usa: Springer, 2006. 657 p.

MARTHA, Luiz Fernando. Análise de Estruturas - Conceitos e Métodos Básicos. 2. ed. Rio de Janeiro: Gen, 2017. 600 p. Disponível em: https://bit.ly/2VhmWyI. Acesso em: 15 abr. 2020.

McCORMAC, Jack C.. Análise estrutural: usando métodos clássicos e métodos matriciais. 4. ed. Rio de Janeiro: Ltc, 2009. Disponível em: https://bit.ly/3bln7P4. Acesso em: 28 mar. 2020.

PET CIVIL. Universidade Federal do Rio Grande do Sul (org.). CURSO DE FTOOL E AXIS VM. Rio Grande do Sul: Programa de Educação Tutorial da Engenharia Civil, 2018. 37 p. Disponível em: https://www.ufrgs.br/petcivil/wp-content/uploads/2018/04/Apostila-Ftool-e-Axis-VM-PET-Civil-UFRGS-2018.pdf. Acesso em: 10 nov. 2020.

PFEIL, Walter. Concreto Armado. 5. ed. Rio de Janeiro: Livros Técnicos e Científicos, 1989. 3 v.

PINHEIRO, Libânio M.; MUZARDO, Cassiane D.; SANTOS, Sandro P.. Capítulo 2: características do concreto. In: PINHEIRO, Libânio M.; MUZARDO, Cassiane D.; SANTOS, Sandro P.. Estruturas de concreto. São Paulo: USP – Eesc – Departamento de Engenharia de Estruturas, 2004. Cap. 2. p. 20-30.

SOUZA, Remo Magalhães. O problema dos elementos finitos aplicado a condução de calor. Material Didático. Núcleo de Instrumentação e Computação Aplicada à Engenharia, Universidade Federal do Pará, Belém, 2003.

SÜSSEKIND, J. C.. Curso de concreto. 4. ed. Porto Alegre: Ed. Globo, 1985. 1 v.

ZIENKIEWICZ, Olgierd Cecil; TAYLOR, R. L. The finite element method, vol. 01: The Basis. 5° edição. Butterworth-Heinemann Linacre House, 2000.

Trabalhos Acadêmicos

ABREU, João Felipe Araújo Carneiro de. Estudo computacional via ANSYS de vigas, arcos e anéis com restrições de contato impostas por bases elásticas. 2016. 1 v. Dissertação (Mestrado) - Curso de Engenharia Civil, Universidade Federal de Ouro Preto, Ouro Preto, 2016. Disponível em: https://bit.ly/3ed5XVj. Acesso em: 16 jun. 2020.

BARROS, J. A. O. "Experimental behavior of mesh reinforced shotcrete and steel fiber reinforced shotcrete panels", International Conference of the European Ready Mixed Concrete Organization, ERMCO'98, Lisboa, 23-27 Junho, 1998.

BARROS, J. A. O.; CRUZ, J. S.; ULRIX, E. "Avaliação da capacidade de absorção de energia de betões reforçados com fibras de aço". Journal of Experimental Mechanics of APAET, vol. 4, p. 1-11. Portugal, 1999.

BASTOS, Paulo Sérgio Dos Santos. Notas de aula: fundamentos do concreto armado. 1. ed. Bauru/SP: Unesp, 2006. 98 p.

CARVALHO, E. A. de; DUARTE, E. T. V.. Ensaios de flexão: uma revisão dos modelos matemáticos empregados na sua análise. São Pedro-SP, p. 8. 2000. Disponível em: https://www.ipen.br/biblioteca/cd/cbecimat/2000/Docs/TC107-029.pdf. Acesso em: 20 mar. 2020.

FIGUEIREDO, Antonio Domingues de. Concreto reforçado com fibras. 2011. 248 p. Tese (Livre-Docência) - Curso de Engenharia Civil, Departamento de Engenharia da Construção Civil, Escola Politécnica da USP, São Paulo, 2011.

GROSSI, Breno Ferreira. Uma contribuição para a modelagem numérica do concreto com fibras curtas de aço. 2006. 227 f. Tese (Doutorado) - Curso de Pós-graduação em Engenharia de Estruturas, Departamento de Engenharia de Estruturas, Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2006. Disponível em: https://bit.ly/2RTzYjC. Acesso em: 21 abr. 2020.

HERSCOVICI, Helena Lubiana. Estudo experimental de vigas curtas de concreto com fibras de aço sujeitas à flexão. 2016. 106 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Engenharia Civil, Departamento de Engenharia Civil, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2016. Disponível em: https://bit.ly/2RN6fc2. Acesso em: 25 mar. 2020.

KAEFER, Luís Fernando. A Evolução do Concreto Armado. 1998. Disponível em: http://wwwp.feb.unesp.br/lutt/Concreto%20Protendido/HistoriadoConcreto.pdf. Acesso em: 28 mar. 2020

LEET, Kenneth M.; UANG, Chia-ming; GILBERT, Anne M.. Fundamentos da análise estrutural. 3. ed. Porto Alegre: Amgh, 2010. 810 p. Tradução: João Eduardo Nóbrega Tortello; revisão técnica: Pedro V. P. Mendonça.

LUCA, Luis César Siqueira de. Cisalhamento em vigas de concreto armado reforçadas com compostos de fibras de carbono: Avaliação de critérios de projeto. 2006. Dissertação (Mestrado) - Curso de Engenharia Civil, Programa de Pós-graduação em Engenharia Civil, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2006. Disponível em: https://bit.ly/2MYtNs0. Acesso em: 12 jun. 2020.

MARANGON, Ederli. Caracterização material e estrutural de concretos autoadensáveis reforçados com fibras de aço. Orientador: Romildo Dias Toledo Filho. 2011. 309 p. Tese (Doutorado) - UFRJ/ COPPE/ Programa de Engenharia Civil, Rio de Janeiro, 2011.

MARINHO, Ivy Jeann Pinto. Projeto ótimo de estruturas metálicas de arquibancadas reutilizáveis via ANSYS®. 2004. 1 v. Dissertação (Mestrado) - Curso de Engenharia Civil, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2002. Cap. 2. Disponível em: https://bit.ly/2N3cKoE. Acesso em: 10 jun. 2020.

MORAIS, Danielly Luz Araújo de. Análise estática não-linear de cascas conoidais. 2017. 58 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Programa de Pós-Graduação em Geotecnia Estruturas e Construção Civil, Escola de Engenharia Civil e Ambiental, Universidade Federal de Goiás, Goiânia, 2017. Disponível em: https://repositorio.bc.ufg.br/tede/handle/tede/7875. Acesso em: 12 nov. 2020.

PINHEIRO, Antonio Carlos da Fonseca Bragança; CRIVELARO, Marcos. Materiais de construção. 3. ed. São Paulo: Editora Érica, 2020. 184 p. (Série Eixos). Disponível em: https://bit.ly/3cAstGe. Acesso em: 15 abr. 2020.

PIVATTO, A. B. Análise experimental e computacional de vigas biapoiadas de concreto armado reforçadas com CRFC, 2017. Dissertação de Mestrado, Curitiba, PR, Brasil. Universidade Tecnológica Federal do Paraná – UTFPR.

SILVA, Samuel. Introdução ao método dos elementos finitos. Notas de Aula –Centro de Engenharia e Ciências Exatas, Unioeste, Foz do Iguaçu, 2009.

Artigo de Revistas

CASTRO, Emerson Cardoso de. Procedimento para análise numérica com software ANSYS de uma viga em flexão com a forma T. Reec - Revista Eletrônica de Engenharia Civil, [s.l.], v. 14, n. 1, p. 43-49, 28 ago. 2017. Disponível em: http://dx.doi.org/10.5216/reec.v14i1.46511. Acesso em: 16 jun. 2020.

FIGUEIREDO, E. P. Inspeção e diagnóstico de estruturas de concreto com problemas de resistência, fissuras e deformações. Concreto: Ensino, Pesquisa e Realizações. 1 ed. São Paulo. IBRACON, v. 2, p. 985-1015. 2005.

FONTES, Fernando Fernandes; PINHEIRO, Libânio Miranda. Tipos de análise estrutural para elementos lineares segundo a NBR 6118:2003. Cadernos de Engenharia de Estruturas, São Carlos, v. 11, n. 48, p.117-141, 2009. ISSN 1809-5860. Disponível em: https://www.set.eesc.usp.br/cadernos/nova_versao/pdf/cee52_117.pdf. Acesso em: 28 mar. 2020.

HERSCOVICI, H.L.; ROEHL, D.; SÁNCHEZ FILHO, E. de S. Experimental studies of short concrete reinforced steel fiber beams under bending. Revista IBRACON de Estruturas e Materiais, São Paulo, ano 2019, v. 12, n. 2, ed. 2, p. 288-307, 20 maio 2019. ISSN 1983-4195. Disponível em: https://bit.ly/3bkM2SW. Acesso em: 24 fev. 2020.

JÚNIOR, Francisco Eudázio Suriano da Silva; REAL, Mauro de Vasconcellos. Modelagem do descolamento de contato para vigas de concreto reforçadas com PRFC. Revista de Engenharia e Tecnologia, [s. L.], v. 11, n. 4, p. 247-257, dez. 2019.

L.A.FARIAS; A.N.M.LOPES; STIVAL, M.L.; M.A.S.ANDRADE; R.M.BITTENCOURT. Ensaios de Tração Direta em Corpos de Prova de Concreto. São Paulo. 1997. Disponível em: http://www.mfap.com.br/pesquisa/arquivos/20081127104112-209.pdf. Acesso em: 20 abr. 2020.

NIANXIANG, X.; WENYAN, L.. Determining Properties of Mass Concrete by Direct Tensile Test. Magazine Of Concrete Research, [s. L.], v. 86, n. 3, p.214-219, may-jun 1989. PRAVIA, Zacarias M. Chamberlain; KRIPKA, Moacir. Proposta metodológica para o uso e desenvolvimento de ferramentas computacionais no ensino de estruturas. Abenge: Associação Brasileira de Educação em Engenharia, [s. L.], v. 20, n. 126, p.2597-2604, jan. 1999. Disponível em: https://bit.ly/2KhMcOS. Acesso em: 02 abr. 2020.

SILVA, R.C. Vigas de concreto armado com telas soldadas: análise teórica e experimental da resistência à força cortante e do controle da fissuração. Tese (Doutorado), São Carlos, Escola de Engenharia de São Carlos, USP, Departamento de Engenharia de Estruturas, 2003, 328p.

SOUZA, Luiz Antonio Farani de. Modelagem numérica computacional de viga de concreto armado com acoplamento de teorias. Vetor: Revista de Ciências Exatas e Engenharia, Rio Grande, v. 22, n. 2, p. 43-58, jan. 2012. Disponível em: https://periodicos.furg.br/vetor/article/view/3273. Acesso em: 20 abr. 2020.

Trabalhos Apresentados em Eventos

MUNIZ, Mara Bruna Silveira; SILVA JÚNIOR, Francisco Eudázio S.; LIMA, Ésio Magalhães Feitora; SILVA, Ricardo José Carvalho. Análise computacional de vigas de concreto armado reforçadas com barras de aço usando o software ANSYS®. In: Congresso Técnico Científico da Engenharia e da Agronomia–CONTECC, 2017, Belém-PA. Disponível em: https://bit.ly/3fgQpje. Acesso em: 13 maio 2020.

Sites

ANSYS, Inc. Structural Analysis Software Solutions. Disponível em: https://www.ansys.com/products/structures. Acesso em: 04 de jun. de 2020.

LUZ, Gelson. Ensaio de Dobramento. Blog Materiais, [s. 1], 2017. Disponível em: https://www.materiais.gelsonluz.com/2017/10/ensaio-de-dobramento.html. Acesso em: 24 de mar. de 2020.

MARTHA, Luiz Fernando Campos Ramos. Ftool: Um Programa Gráfico-Interativo para Ensino de Comportamento de Estruturas. Disponível em: https://www.maxwell.vrac.puc-rio.br/124/124_PRINCIPAL.HTM. Acesso em: 14 nov. 2020.

Norma Técnica

AMERICAN CONCRETE INSTITUTE. ACI 544.1R-96: Manual of concrete practice: Stateof-the-art report on fiber reinforced concrete. Detroit, 1996.

AMERICAN SOCIETY for TESTING and MATERIALS. ASTM C1018: Standard test method for flexural toughness and first-crack strength of fiber-reinforced concrete (using beam with third-point loading). USA, 1997.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 12142: Concreto — Determinação da resistência à tração na flexão de corpos de prova prismáticos. Rio de Janeiro, 2010.

ASSOCIAÇÃO DE BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 5738:2015 VERSÃO CORRIGIDA:2016: Concreto - Procedimento para moldagem e cura de corpos de prova. 2 ed. [S. L.]: ABNT, 2016. 9 p.

ASSOCIAÇÃO DE BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 5739:2018: Concreto -Ensaio de compressão de corpos de prova cilíndricos. 3 ed. [S. L.]: ABNT, 2018. 9 p.

ASSOCIAÇÃO DE BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 6118:2014: Projeto de estruturas de concreto — Procedimento. 3 ed. [S. L.]: ABNT, 2014. 238 p.